

MAPAS CONCEPTUALES Y APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS

*Rafael Pérez Flores, Universidad Autónoma Metropolitana, México
Email: pfr@correo.azc.uam.mx*

Resumen. El presente trabajo versa sobre la importancia que tienen los mapas conceptuales para guiar al docente en su actuación en el aula y contribuir con el desarrollo de capacidades de pensamiento en los alumnos. Se presenta una experiencia educativa en la que los mapas conceptuales en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas son considerados como una importante herramienta para el logro de aprendizajes significativos, constructivos y por descubrimiento, desde las posturas de Ausubel, Piaget y Bruner, respectivamente. Se hace énfasis en que los mapas que el profesor elabora le sirven como guía para su enseñanza en el aula y permiten en los estudiantes la percepción de elementos asequibles a su intelecto, la representación mental o imaginación y la conceptualización (etapas fundamentales del aprendizaje). De esta manera se facilita la puesta en marcha de procesos de pensamiento tanto inductivos como deductivos desarrollando así la ejecución intelectual en los estudiantes: sus capacidades cognitivas. Se presentan, además, algunos resultados importantes como producto de la integración de mapas conceptuales en la actividad didáctica del docente durante un curso de Cálculo a nivel universitario.

1 Introducción

Como es muy bien sabido, el contenido de las matemáticas es de gran importancia, entre otros aspectos, por la aplicación en la ciencia, en la tecnología y en contextos de la vida cotidiana. Pero además, las matemáticas, como otros contenidos, tienen un gran valor educativo a todos los niveles ya que permiten el desarrollo del pensamiento. Sin embargo, a pesar de lo anterior, dirigiendo la vista a las instituciones educativas, tanto de niveles básicos como de niveles universitarios, se aprecian y se distinguen situaciones difíciles. Hoy en día existen, en todo lo largo y ancho del mundo, problemas en torno a la enseñanza y el aprendizaje de este contenido. Quizás esta realidad educativa ha aumentado el interés por emprender, desde diferentes posturas, estudios que den una alternativa o guía para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

En el marco del paradigma cognitivo en educación, la didáctica de las matemáticas es entendida como una manera o maneras particulares de proceder en el aula para contribuir con el aprendizaje. Al mismo tiempo, el paradigma cognitivo considera que el aprendizaje de las matemáticas implica el desarrollo de varias capacidades y destrezas, es decir, el desarrollo de la cognición del aprendiz.

En este orden de ideas, como producto de la reflexión sobre diferentes maneras de proceder en el aula, se ha encontrado que los mapas conceptuales representan una herramienta didáctica muy útil dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En las siguientes líneas se detallará el papel de los mapas conceptuales como guía para el profesor y la importancia de estas estructuras para el desarrollo de los procesos de pensamiento.

2 Mapas y aprendizaje: desarrollo del pensamiento

¿Por qué el uso de mapas conceptuales para las clases de matemáticas? La elaboración de mapas por parte del docente y la utilización de éstos en las aulas permite un aprendizaje de los contenidos de manera constructiva y significativa, así como un adecuado almacenamiento del material en la estructura cognitiva del estudiante para disponer de ellos cuando se requiera (Ausubel, 1988). Un aprendizaje de calidad de las matemáticas se aprecia cuando los contenidos son utilizados correctamente al momento de solucionar problemas específicos de matemáticas o problemas de la vida cotidiana.

La utilización de mapas conceptuales en el aula junto con un conjunto de estrategias didácticas permite el desarrollo cognitivo del aprendiz. Esto, a su vez, representa un adecuado almacenamiento de contenidos en la estructura cognitiva del estudiante que implica un desarrollo del pensamiento. En este sentido, la actuación del docente guiada por mapas conceptuales permite una intervención cognitiva. Las matemáticas y los mapas se consideran medios para lograr el desarrollo de capacidades y destrezas cognitivas (Román, 1988).

2.1 Mapas, docentes y alumnos

Es de esperarse que surjan las siguientes preguntas: ¿cómo intervienen los mapas conceptuales en un curso de cálculo?, ¿quién elabora los mapas?, ¿se reduce una clase de matemáticas a la presentación de mapas conceptuales?, ¿cómo se logra el desarrollo del pensamiento utilizando como herramienta un conjunto de mapas conceptuales?, ¿cómo interactúan los mapas, el docente y los alumnos?. En las siguientes líneas se da respuesta a las preguntas anteriores y se detalla, sobre todo, las características de la actividad del profesor al integrar mapas conceptuales a su labor docente.

Como se mencionó anteriormente, el profesor elabora sus mapas conceptuales del contenido de las matemáticas en donde aparecen conceptos con diferentes niveles de generalidad, gráficas o imágenes asociadas a los conceptos y ejemplos concretos de éstos. Las gráficas o imágenes contribuyen a la visualización de los conceptos: al aprendizaje de las matemáticas (De Guzmán, 1996).

Las clases no consisten en presentar a los alumnos en un inicio los mapas que el profesor elabora. Los mapas hechos por el profesor representan una guía propia para su actuación docente en el aula con los alumnos. Se trata de presentar a los alumnos poco a poco la información que aparece en los mapas tratando de ir desde lo particular hasta lo general, desde luego, ampliando y enriqueciendo la información. En otras palabras, partir desde la información colocada en la parte inferior de los mapas hasta la información de la parte superior de éstos. La idea es presentar información particular asequible al intelecto de los alumnos para ser percibida; posteriormente, con el apoyo de imágenes y/o representaciones gráficas, llegar a la presentación de los conceptos. El partir desde lo particular hasta lo general promueve la realización de procesos de pensamiento inductivo lo que significa un desarrollo o intervención cognitiva (Feuerstein, 1995).

El trabajo intelectual que el profesor realiza al elaborar sus mapas que le servirán de guía significa considerar el proceso aprendizaje-enseñanza, es decir, averiguar como aprende el aprendiz para en función de ello diseñar la enseñanza. Es importante mencionar que las etapas de percepción, representación y conceptualización, son consideradas como las etapas básicas del aprendizaje (Román, 1988). Los mapas conceptuales guían para propiciar dichas etapas en el aula.

Al fomentar la percepción, la representación y la conceptualización, siguiendo este orden, se pone en práctica el pensamiento inductivo. Posteriormente el profesor puede presentar sus mapas o construir éstos con los alumnos para promover los procesos de pensamiento deductivo partiendo de lo general hasta lo particular. De esta manera, también, se impulsa a los alumnos a que practiquen la elaboración de mapas. Habiendo transcurrido cierto tiempo del curso los alumnos realizan sus propios mapas con la supervisión del profesor quién actúa como mediador del aprendizaje favoreciendo el desarrollo del pensamiento (Vygotsky, 1979) y permitiendo aprender a aprender (Novak, 1988).

Tal como lo explica Ausubel, los procesos de pensamiento inductivo y deductivo son potenciados al disponer la información respetando las jerarquías conceptuales, logrando aprendizajes subordinados y supraordenados, partiendo desde lo particular hasta lo general y viceversa (Ausubel, 1976). Desde la óptica de Bruner y la teoría sobre el aprendizaje por descubrimiento, el partir desde un sistema enactivo hasta un sistema simbólico permite el desarrollo de procesos inductivos (Bruner, 1988). Como una interpretación particular de las ideas Piagetanas, se considera que al contraponer hechos con conceptos y conceptos con hechos se llevan a cabo procesos inductivos y deductivos contribuyendo al aprendizaje constructivo (Piaget, 1979).

Es importante mencionar que los mapas conceptuales (Novak, 1998) desempeñan en el aula una función clave para representar los conocimientos. Los mapas conceptuales son un buen apoyo para el profesor. Ayudan a organizar el conocimiento para enseñarlo (Novak, 1998) pero también ayudan a los alumnos en su desempeño escolar al tener aprendizajes de calidad (no memorísticos). Las figuras 1 y 2 en las siguientes páginas muestran algunos ejemplos de mapas conceptuales contruidos e integrados al proceso de enseñanza y aprendizaje de matemáticas durante un curso de cálculo. Por razones de espacio no se incluyen más mapas en este trabajo. Es importante señalar que la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas no sólo se centran en conceptos, también se debe prestar mucha atención a los ejercicios y problemas así como al desarrollo de habilidades para resolverlos.

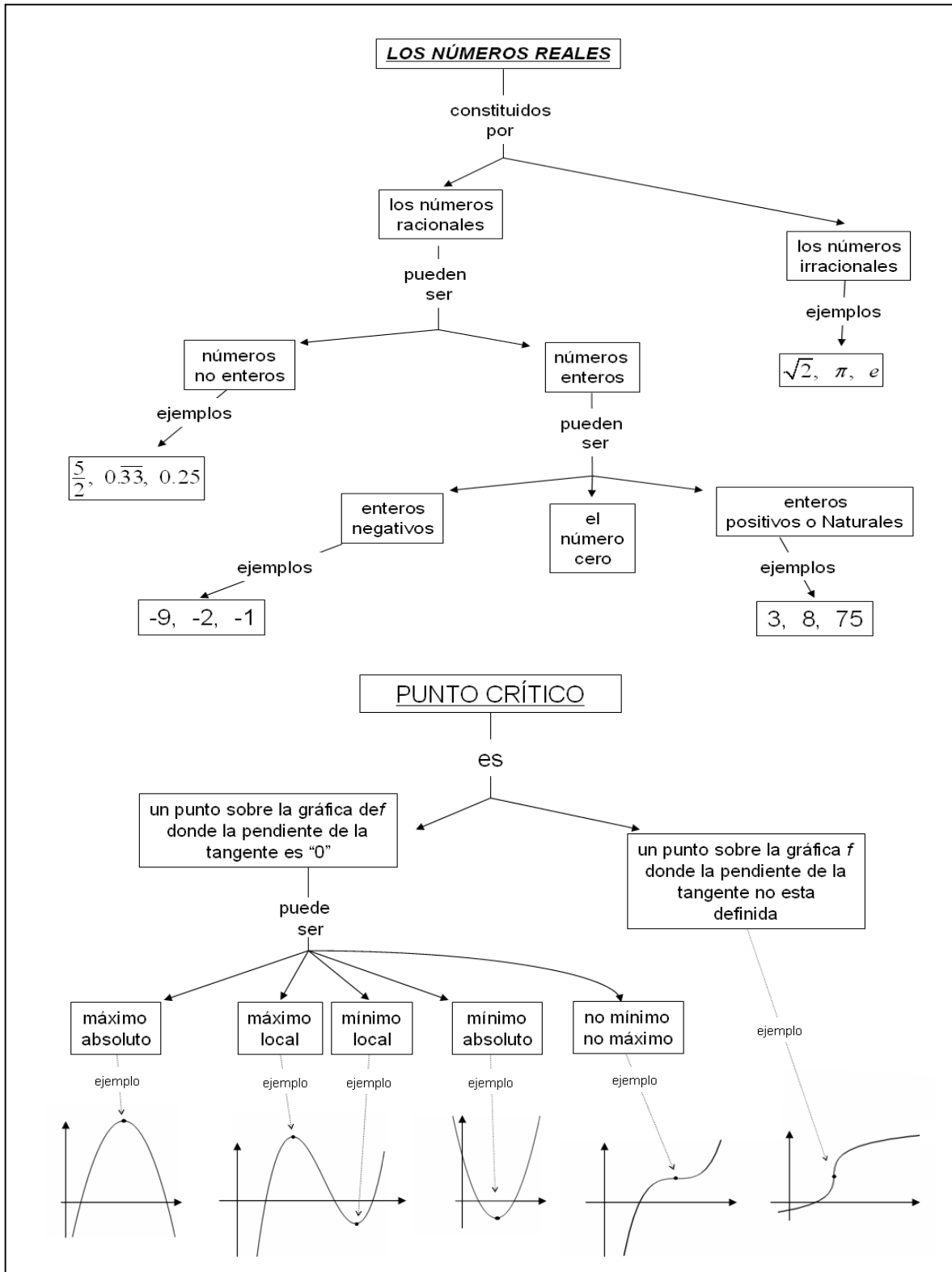


Figura 1. Mapas conceptuales "Los Números Reales" y "Punto Crítico"

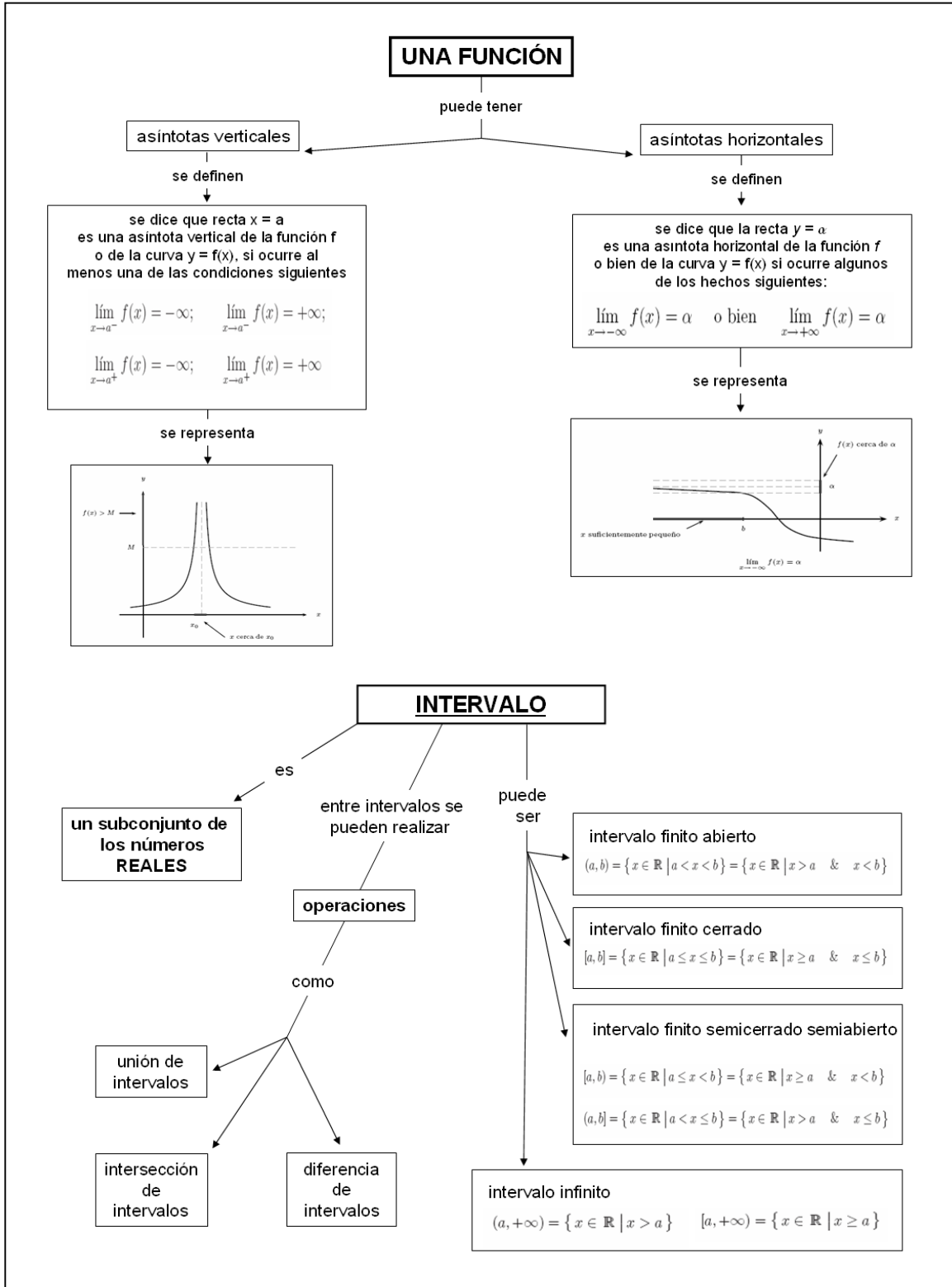


Figura 2. Mapas conceptuales: “Una Función” e “Intervalo”

Por lo anterior, los mapas conceptuales no sólo contemplan conceptos, también son importantes los mapas que muestran aspectos sobre los procedimientos para resolver problemas.

2.2 *Objetivos que se pretenden con la elaboración y uso de mapas*

Con la utilización de mapas conceptuales en el aula y con un conjunto de estrategias (como brevemente se han descrito) se favorece, en términos generales, el desarrollo cognitivo del aprendiz. En particular, con esta forma de proceder se busca el desarrollo de: 1) las destrezas de Inducción y Deducción consideradas como parte de la capacidad Razonamiento Lógico y 2) las destrezas Situar, Localizar y Expresar Gráficamente, consideradas como parte de la capacidad Orientación Espacial. Cabe señalar que al desarrollar los procesos cognitivos implícitos en las matemáticas se desarrolla el pensamiento (De Guzmán, 1999).

2.3 *Metodología investigadora*

Con la actuación del profesor orientada con los mapas que elabora y con el uso y realización de mapas por parte del alumno ¿se logra un desarrollo del pensamiento sustancial en el estudiante?, ¿se logra un aprendizaje de las matemáticas? Las siguientes líneas versarán sobre la metodología investigadora que se ha seguido en diferentes etapas de experimentación.

Se utilizó un diseño factorial 2x2 considerando dos factores: un factor de medidas independientes con dos valores o niveles y un factor de medidas repetidas también con dos valores. El factor de medidas independientes es el tratamiento cuyos niveles son: Grupo experimental con tratamiento y grupo control sin tratamiento. El factor de medidas repetidas lo forman las fases de aplicación con dos niveles: la fase pre-test (puntuaciones antes de iniciar el entrenamiento o curso) y la fase post-test (puntuaciones una vez que finalizó el entrenamiento o curso).

Se seleccionó un grupo de estudiantes al cuál se aplicaron las pruebas pre-test que miden el Razonamiento Numérico, Razonamiento Abstracto y Relaciones Espaciales (Test de aptitudes diferenciales Dat-5). Una vez que se analizó la información se conformaron dos muestras: la muestra grupo control y la muestra grupo experimental. Antes de iniciar el entrenamiento se realizaron análisis previos (se aplicaron las pruebas Student's *t* y la Suma de Rangos de Wilcoxon a la información) que permitieron afirmar que los grupos, tanto experimental como control, fueron homogéneos, es decir, no existió entre ellos diferencias estadísticamente significativas en el momento "pre" en cuanto al Razonamiento Numérico, Razonamiento Abstracto y Relaciones Espaciales.

El grupo control inició con un curso ordinario (curso tradicional) de la asignatura "Cálculo I" y el grupo experimental con un curso de la misma asignatura pero con un proceso de enseñanza-aprendizaje apoyado con mapas conceptuales. El curso en ambos grupos tuvo una duración de tres meses tomando en consideración las características de la programación de la Universidad Autónoma Metropolitana (UAM) en la ciudad de México, institución en donde se ha realizado la investigación educativa.

Durante el curso, en ambos grupos, se tuvieron un determinado número de sesiones con carácter obligatorio (1.5 horas de lunes a viernes). Además, para ambos grupos se contempló un número extra de sesiones individuales para todos los alumnos que las solicitaron; fueron sesiones de asesoría y el número y tiempo de duración de ellas dependió del número de alumnos que las solicitaron. Al finalizar el curso (entrenamiento) se aplicaron las pruebas post-test a todos los estudiantes, tanto del grupo experimental como del grupo control.

Para valorar las diferencias en los resultados obtenidos entre la fase pre-test y la fase post-test, entre los grupos experimental y control, se llevó a cabo un análisis de los datos obtenidos. A éstos se aplicaron las siguientes pruebas: Student's *t* (Prueba paramétrica) y Rangos Signados de Wilcoxon (Prueba no paramétrica). En esta investigación educativa se tuvieron las siguientes hipótesis fundamentales:

Si se imparte a un grupo de estudiantes universitarios (grupo experimental) un curso de la asignatura "Cálculo I" con un proceso de Enseñanza-Aprendizaje apoyado con mapas conceptuales y se comparan los resultados obtenidos con los alcanzados por otro grupo (grupo control) de características homogéneas al cual se le imparte la misma asignatura de una forma tradicional:

1. se observará un aumento significativamente superior del Razonamiento Numérico —medido con el Test “Dat-5”— en los sujetos del grupo experimental con respecto a los del grupo control.
2. se observará un aumento significativamente superior del Razonamiento Abstracto —medido con el Test “Dat-5”— en los sujetos del grupo experimental con respecto a los del grupo control.
3. se observará un aumento significativamente superior de Relaciones Espaciales —medido con el Test “Dat-5”— en los sujetos del grupo experimental con respecto a los del grupo control.

2.4 Resultados

Antes de exponer los resultados que se han encontrado al llevar a cabo las actividades didácticas descritas anteriormente, cabe señalar que en pasadas ocasiones, en etapas de experimentación anteriores, utilizando instrumentos como el Test de factor “g” de Cattell o el Test de Raven que miden la inteligencia general (el CI, cociente intelectual), los resultados han sido alentadores. Habiendo procesado estadísticamente la información se observaron diferencias estadísticamente significativas sólo en el grupo experimental para un nivel de confianza del 99% entre pre y post. Se afirmó que existió evolución significativa del C.I. en el grupo experimental debida, principalmente, por el efecto de la aplicación de una didáctica o un actuar docente guiado por mapas conceptuales y la teoría que los sustenta.

En esta investigación fueron utilizados instrumentos tanto cuantitativos como cualitativos para llevar a cabo una evaluación del proceso de enseñanza con una didáctica guiada con mapas conceptuales. Los instrumentos que se emplearon para realizar el registro cualitativo fueron: un diario de cada uno de los alumnos, un diario del docente y las evaluaciones parciales sobre el contenido realizadas durante el curso. La información que plasmaron los estudiantes en estas evaluaciones reflejó aspectos cualitativos del aprovechamiento académico entendido como el nivel de aprendizaje que tuvieron los estudiantes de los contenidos de la asignatura y sobre el desarrollo de las capacidades y destrezas. Además, un análisis de toda la información plasmada en estos instrumentos permitió concluir lo siguiente:

- Los alumnos expresan el énfasis que ha hecho el profesor en la presentación de información particular (ejemplos) que sustenta la introducción de los conceptos. Califican esta forma de proceder como apropiada porque contribuye al aprendizaje de la teoría del cálculo en una forma no memorística. Los comentarios de los alumnos hacen referencia, en forma implícita, de la importancia de la percepción de contenidos asequibles a su intelecto como primera etapa de procesos inductivos.
- Los alumnos comentaron que las imágenes o representaciones gráficas sobre la información particular contribuyó a la comprensión de los conceptos más complejos. Hablan sobre la importancia de las representaciones mentales o gráficas (una imagen dice más que mil palabras).
- Los alumnos consideran importante el conocer los mapas conceptuales que el docente elabora una vez que ha presentado los aspectos prácticos y teóricos. Expresan que esta actividad les motiva a construir sus propios mapas sobre el contenido del curso desarrollando así su pensamiento.
- Los alumnos señalan que, con la construcción de mapas conceptuales, continúan con la práctica de sus procesos de pensamiento de lo particular a lo general y de lo general a lo particular (procesos inductivos y deductivos).
- Los estudiantes hablan sobre uno de los aspectos importantes del curso: hacen referencia a que han comprendido la teoría y no la han memorizado. Esto gracias a la construcción de mapas. Algunos alumnos expresaron que ciertos conceptos y procedimientos para resolver problemas, aprendidos en cursos anteriores, los recordaban pero sin saber el sustento: el porqué y el para qué de éstos.

Para llevar a cabo el registro cuantitativo se utilizaron, como se mencionó anteriormente, los siguientes instrumentos: Test de aptitudes diferenciales Dat-5 que mide el Razonamiento Numérico, Razonamiento Abstracto y Relaciones Espaciales. Los resultados obtenidos permitieron verificar las hipótesis de la investigación. Habiendo procesado la información del Dat-5 que mide el Razonamiento Numérico para el grupo control y experimental, se observaron diferencias estadísticamente significativas sólo en el grupo experimental para un nivel de confianza del 99% entre pre y post. El procesamiento de la información del Dat-5 que mide el Razonamiento Abstracto y el procesamiento de la información del Dat-5 que mide Relaciones Espaciales revelaron, también, diferencias estadísticamente significativas para un nivel de confianza del 99% entre pre y post. Por lo anterior se pudo afirmar

que existió evolución significativa del Razonamiento Numérico, del Razonamiento Abstracto y de Relaciones Espaciales en el grupo Experimental. Este aumento se explica, principalmente, por el efecto que tiene el integrar, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de un curso de cálculo, mapas conceptuales como herramientas para el desarrollo de destrezas y capacidades cognitivas en los estudiantes. Es importante resaltar que las ideas teóricas que sustentan a los mapas conceptuales, principalmente las que explican las formas de actuar con éstos, también tienen un efecto en los cambios que los alumnos han experimentado.

3 Conclusiones

En esta investigación el aprendizaje de las matemáticas es entendido por el docente como un desarrollo de capacidades y destrezas. En este sentido, con la información estadística obtenida se puede concluir que esta forma particular de actuar en el aula, guiada por la información de los mapas conceptuales que el profesor elabora, contribuye a desarrollar la cognición en el estudiante. La puesta en marcha de procesos inductivos y deductivos implícitos en las matemáticas desarrolla la ejecución intelectual: el pensamiento. Las aportaciones de los estudiantes, en los diferentes instrumentos, en torno a lo que han aprendido, proporcionan una evidencia de ese desarrollo.

El docente, al iniciar los temas del curso con información particular y apoyándose en representaciones gráficas e imágenes para llegar a los conceptos genera en el aula una atmósfera que propicia las actividades mentales en los estudiantes. Los estudiantes no se concretan en ser observadores pasivos, desde un principio perciben, representan y conceptualizan. Esto a su vez genera motivación entre ellos. Los comentarios de los alumnos muestran una evidencia de la motivación como motor para el desarrollo de capacidades y destrezas.

El alumno tiene un Aprendizaje Significativo al construir la estructura cognitiva, es decir, al desarrollar el pensamiento. Este desarrollo se obtiene al vincular la nueva información a los conceptos que ya se tienen: cuando el aprendiz encuentra sentido a lo que aprende. Gracias a la guía que los mapas conceptuales proporcionan al docente, los procesos implicados en su construcción —proceso inductivo entendido como un Aprendizaje Subordinado y el proceso deductivo entendido como un Aprendizaje Supraordenado— contribuyen al desarrollo cognitivo.

El actuar del docente permite un aprendizaje constructivo cuando el alumno contrapone conceptos con hechos y hechos con conceptos, cuando parte de información particular percibida hasta la elaboración de generalidades. Además, durante la elaboración por parte del alumno de mapas conceptuales guiada por el profesor, se pone en marcha un pensamiento concreto, un pensamiento imaginativo y un pensamiento abstracto, permitiendo de esta manera un aprendizaje por descubrimiento.

Los mapas conceptuales no son una manera distinta de disponer o acomodar los contenidos. Los mapas representan una herramienta poderosa para desarrollar destrezas y capacidades cognitivas: para desarrollar el pensamiento. Detrás de los mapas conceptuales está un cuerpo teórico riguroso que los sustentan. Enseñar en el aula con una didáctica apoyada en mapas conceptuales contribuye al aprendizaje de contenidos, pero la construcción de mapas y su puesta en marcha en el aula requiere de una reflexión profunda por parte del docente. En este orden de ideas la enseñanza toma matices especiales y diferentes con relación a las formas tradicionales de proceder en el aula.

El terreno universitario necesita de nuevas investigaciones que contemplen los procesos de aprendizaje y enseñanza. Investigaciones para el enriquecimiento del conocimiento pedagógico que conjuguen: aprendices, docentes, contenidos y tecnología. En la actualidad, en la Universidad Autónoma Metropolitana de la ciudad de México, profesores de matemáticas se encuentran construyendo, como apoyo para los cursos, un portal de matemáticas en Internet llamado “CANEK” que se puede encontrar en la página <http://canek.uam.mx>. Se trata de un material en línea para el cual se están elaborando e introduciendo mapas conceptuales. En la actualidad, la teoría y problemas que se pueden encontrar en la página representan un apoyo para el aprendizaje; para el futuro se espera que todo este material en línea junto con sus mapas conceptuales represente un elemento para la investigación educativa y contribuir al conocimiento pedagógico.

4 Agradecimientos

Esta investigación fue realizada gracias al apoyo de docentes y alumnos de la Universidad Autónoma Metropolitana. Un especial agradecimiento a los alumnos quienes han participado con interés y paciencia en un conjunto de actividades durante el curso. Un especial agradecimiento también al Profesor Joseph D. Novak por sus orientaciones recibidas durante la celebración del Primer Congreso Internacional sobre Mapas Conceptuales en la Universidad de Pública de Navarra, en Pamplona, España.

5 Bibliografía

- Ausubel, D. (1976). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas
- Ausubel, D. P.; Novak, J.D., y Hanesian, H. (1988). *Psicología de la educación*. México: Trillas.
- Bruner, J. (1988). *Desarrollo cognitivo y educación*. Madrid: Morata.
- De Guzmán, M. (1996): *El rincón de la pizarra*, Madrid, Pirámide.
- De Guzmán, M. (1999): *Para pensar mejor*, Madrid, Pirámide
- Feuerstein, R. y Hoffman, M.B. (1995). *Programa de enriquecimiento instrumental*. Madrid: Bruño.
- Novak, J. D. (1998). *Conocimiento y aprendizaje*. Madrid: Alianza.
- Novak, J. D. y Gowin, D.B. (1988). *Aprender a aprender*. Barcelona: Martínez Roca.
- Piaget, J. (1979). *Tratado de Lógica y conocimiento científico. Epistemología de la matemática*. Buenos Aires: Paidós
- Sternberg, R. J. (1986). *Las capacidades humanas*. Barcelona: Labor
- Román, M. y Díez, E. (1988) *Inteligencia y potencial de aprendizaje*. Madrid: Cincel.
- Vygotsky, L. S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica.