LA FILOSOFÍA MATEMÁTICA CARTESIANA A TRAVÉS DE LEÓN BRUNSCHVICG

Referencia: Año 1990. *Ciencias matemáticas*, N.1, Año 1, Vol. 1, 1990, UCR, San José, Costa Rica.

Abstract

León Brunschvicg -un extraordinario filósofo de las matemáticas francés y poco conocido en nuestro medio- realizó en los primeros años de este siglo un análisis de los temas contenidos en las REGULAE y la GEOMETRIE. La idea del presente ensayo es concatenar los principales resultados de Brunschvicg en esta parte de su LES ETAPES DE LA PHILOSOPHIE MATHEMATIQUE con algunos aspectos de mi propia aproximación al cartesianismo. Ordenaré esos resultados de la manera que más me resulten convenientes; e igualmente haré señalar las limitaciones del análisis de Brunschvicg. Paso de la reforma cosmológica a la matemática y, luego, a algunas conclusiones.

El nombre de Descartes para cualquier estudiante de matemática elemental resulta familiar. Bastan unas pocas lecciones para necesitar utilizar las coordenadas rectangulares o cartesianas. Pero los resultados de Descartes, particularmente en su GEOMETRIE de 1637, no se reducen a las coordenadas. Descartes es sin duda uno de los primeros matemáticos modernos. Iniciador de una gran época en el pensamiento matemático, que todavía hoy vivimos. Al igual que cuando nos referimos a Copérnico hablamos de una revolución en la astronomía, con Descartes tenemos que hablar de otra en la matemática. Sin embargo, como pensador y filósofo, como ser vital e histórico, Descartes realiza esta gigantesca revolución al mismo tiempo que reinterpreta la cosmología, la revoluciona también bajo la palanca idéntica del mismo impulso que busca la comprensión de la realidad. Reforma cosmológica y reforma matemática son dos personajes centrales que aparecen en la obra de Descartes de manera entrelazada, pero con características y valorización netamente diferentes.

De la REGULAE a la GEOMETRIE podemos ver el sentido preciso de las reformas cartesianas. Deben, sin embargo, estudiarse en conexión con las grandes concepciones de método epistemológicas y ontológicas con que Descartes se aproxima a la realidad. Es indiscutible que los fantasmas de las "ideas innatas", de la "intuición" *a priori...,* rodean las reformas cartesianas. Era inevitable.

El camino de la abstracción en la matemática ha sido muy complejo. Es innegable que los resultados cartesianos no han podido dejar de influenciar ese camino. No sólo en el terreno de lo que supuso su reforma matemática, sino también en los problemas derivados de su aproximación metafísica e idealista a la matemática y a la realidad en general. Este tema subyase en el conjunto de mi ensayo, aunque no es el lugar más apropiado para desarrollarlo. Brunschvicg realiza una interesante descripción de las nociones cartesianas en torno a la geometría y la cosmología. Desde las entrañas intelectuales exclusivamente de LES ETAPES DE LA PHILOSOPHIE MATHEMATIQUE quiero incidir en algunos aspectos filosóficos y metodológicos del cartesianismo. No pretendo agotar la descripción planteada por Brunschvicg, ni la problemática involucrada, eso será objeto de otro trabajo.

Para León Brunschvicg es claro que elementos esenciales de trabajos en geometría cartesiana están contenidos en matemáticos de la antigüedad. Tal es el caso de las secciones cónicas de Apolonio, mejor dicho, la aproximación concreta que este posee frente a ellas:

". *..instruit des procédés analytiques des modernes, l 'historien considère les travaux d'Apollonius sur les sections coniques, il est frappé d'y retrouver les traits constitutifs d'une algèbre géométrique qui, à l'aide de formes différentes de langage et de représentation, suit* un *cours parallèle a celui de la géométrie analytique"*[1]. (Se refiere a Chasles, en su APERÇU HISTORIQUE SUR L'ORIGINE ET LE DEVELOPPEMENT DES METHODES EN GEOMETRIE)[2]
Al igual que con Diofanto de Alejandría.

"... nous reconnaissons dans l'arithmétique de Diophante d'Alexandrie quelques-uns des traits essentiels du symbolisme opératoire ".[3]

De hecho, muchos de los resultados teóricos matemáticos conocidos en la época de Descartes fueron obtenidos en la Antigüedad. Esta fue una cima de la cultura y el conocimiento en la historia humana. La decadencia histórica promovida por el Imperio Romano condujo en Occidente a un retroceso cultural enorme y a la pérdida de una gran parte del bagaje científico antiguo. Muchos siglos tuvieron que pasar hasta que por diferentes vías, como la islámica, Occidente pudiese abrirse campo hacia la ciencia y el progreso. Las reformas cartesianas que pasaremos a estudiar no pueden colocarse como reflejo mental de la época de Descartes. El conjunto de ideas, métodos y estructuras mentales, del mundo antiguo, influenciaron notablemente en Occidente la época moderna y a sus pensadores. En Descartes es especialmente sencillo establecer una relación con el pensamiento y resultados culturales de la Antigüedad. Al igual que en la Antigüedad, en el Medioevo encontramos antecedentes teóricos del salto epistemológico frente a la matemática que opera Descartes. Brunschvicg lo señala:

"Le tractatus de latitudinibus formarum (dont l'influence fut grande et durable à ce point que, dès la découverte e l'imprlmerie, quatre éditions s'en succédèrent, de 1442 á 1515), enseigne à représenter les variations de quelque grandeur que ce soit en transportant sur une surface plane les lignes de repère qui avaient été jusque-lá tracées sur une sphère. Les degrés du phénomène naturel se figurent par l'ordonnée, et constituent ainsi ce que Nicolas Oresme appelle latitude de la forme; la longitude, c 'est-a-dire la ligne des abscisses, figure les temps correspondants. " [4]

Oresme apunta hacia las coordenadas. Vieta hacia el método operatorio, siguiendo a Diofanto. Lo señala Brunschvicg:

"L'arithmétique, dit Viete, est une méthode opératoire sur les nombres: Logística numerosa; l'Algèbre est une méthode opératoire sur les espèces ou formes des choses: Logística speciosa. " [5]

Los científicos y matemáticos europeos del pasado inmediato cartesiano estuvieron ligados a la dinámica de las necesidades económicas de la producción material social. En el contexto de las necesidades de la nueva organización de la producción y técnica los problemas se fueron planteando. Sin embargo, es obvio que los resultados teóricos medievales no fueron meros reflejos de la producción. La conexión con las normas de la cultura y conocimientos existentes, así como la metodología escolástica, fueron muy importantes.

Brunschvicg señala también que:

"...le système de traduction qui permet de ramener les questions de la géométrie a la solution d'équations algébriques a été systématiquement employé par Fermat dans un écrit qui est antérieur a la publication de la GEOMETRIE de Descartes. " [6]

Este buscar las raíces históricas de los desarrollos cartesianos metodológicamente un gran acierto de Brunschvicg. Coloca con precisión lo que ya esta en la historia previa a Descartes, y permite apreciar lo que puede ser el verdadero mérito, si se quiere su originalidad y novedad. En efecto, Brunschvicg coloca adecuadamente el significado de la geometría cartesiana desde un primer momento:

"...la géométrie analytique a servi surtout a perfectionner la théorie des sections coniques jusqu 'au moment ou les progrès des

recherches infinitésimales a permis de <u>transporter sur un nouveau terrain</u> le principe de la correspondance entre les courbes et les équations, et d'en étendre ainsi la fécondité" [7] (subrayado mío, A.R.).

El método de situar al pensador en su contexto social histórico, así como tomar en cuenta el bagaje intelectual anterior es siempre necesario. Brunschvicg, sin embargo, no profundiza adecuadamente en el análisis histórico. Se limita a aportar los conocimientos matemáticos previos. No aborda la importancia de la dimensión heredada por la Antigüedad como factores constituyentes del pensamiento cartesiano. No integra en el análisis la revolución social y cultural que atraviesa Europa, como producto de la aparición de un ordenamiento social económico que empieza a recorrer Occidente. No pone en movimiento las grandes situaciones históricas que han engendrado los principales rubros intelectuales del racionalismo cartesiano. (-No quiero decir con esto que el análisis se ve disminuido, sino que se pierde de vista otras dimensiones interesantes. Por otra parte, no creo que hubiese ningún determinismo social o material en Descartes).

La matemática universal aparece en Descartes como un ideal esencial, determinante en gran medida de sus aproximaciones metodológicas sobre la ciencia y el conocimiento. Esta matematización universal debe entenderse corno un principio de método, integrado en la visión filosófica cartesiana. Es necesaria, sin embargo una distinción dentro de ese ideal. Se trata, según Brunschvicg, de dos proyectos diferentes contenidos bajo el nombre de ese ideal, una REFORMA COSMOLOGICA, y una REFORMA MATEMATICA.

"Il reste a savoir quelle est exactement, a la prendre en elle-même; la portée de cette de mathématique universelle (...) la réponse sera différente, suivant que l'on considérera l'œuvre de Descartes dans la philosophie générale, c'est-a- dire l'extension de la méthode mathématique a l'universalité des problèmes cosmologiques, ou que l'on ce *s'attachera seulement a l'ouvre que Descartes accomplit dans le domaine propre de la mathématique par la réduction des problèmes de la géométrie aux problème de l'algèbre".* [8]

Estos dos caminos diferentes esclarecen sus diferencias en el uso cartesiano del espacio. Señala justamente Brunschvicg:

" *...l'espace joue dans la physique de Descartes et dans la géométrie de Descartes deux personnages bien différents. Dans la physique la réduction de la qualité a la quantité consiste a* ne *retenir des phénomènes sensibles que des déterminations mesurables a l'aide des dimensions de l'étendue. Dans la géométrie* *au contraire les figures spatiales apparaissent comme des sortes de qualités, qui seront* ramenées *aux formes purement abstraites et intellectuelles de la quantité, aux degrés de l'équation".* [9]

Resume y llega a una importante conclusión:

"...les Principes de la Philosophie sont une physique de géomètre; la Géométrie est une géométrie d 'analyste. Ainsi s'explique qu'en *suivant les directions que dessinent l'un et l'autre ouvrage on arrive á deux conceptions nettement distinctes de la philosophie mathématique".* [10]

En la antigüedad griega la conexión teórica más práctica geometría-espacio no es establecida totalmente. Descartes apunta aquí a una de las principales características de la concepción espacial de la modernidad occidental.

Es correcto señalar, como Brunschvicg, la diferencia de la reforma cosmológica frente a la matemática. Sin embargo, es necesario precisar con claridad que no se trata de cuestiones de orden contradictorio. Si se unifican ambas reformas es perfectamente observable que se trata de una reducción de la cosmología en términos algebraicos. Es decir, se trata de tomar la física, reducirla a la extensión susceptible de la contención geométrica y, sin detenerse, avanzar hacia su expresión en ecuaciones, en un movimiento algebraico. Metodológicamente es correcto, de cualquier forma, hacer incidir el análisis en las diferencias para luego volcarse sobre lo común. Brunschvicg hace esencialmente lo primero; lo segundo lo deja de lado. Esto es inadecuado al puesto que en la última instancia debe recordarse que la *mathesis universalis* que propone Descartes parte de un concepto unitario en sus métodos, en sus aproximaciones. Pero el camino de Brunschvicg es todavía más peligroso. La noción cartesiana de *mathesis universalis* es precisamente la de encerrar el conocimiento del mundo en un esquema matematizante. Se trata de tomar todas las partes de la ciencia: física, biología, etc ..., y englobarlas en un sistema deductivo-matemático. Reforma matemática y reforma cosmológica son una misma cosa en cuanto al objetivo central de Descartes. Por razones de exposición es tal vez justificable externar las diferencias particulares, pero sólo si se logra entender la unidad metodológica y epistemológica que hay detrás.

La reforma cosmológica parte además de la comprensión de la existencia de un método universal en el conocimiento:

"Mais l'analyse des anciens et l'algèbre des modernes avaient sacrifié a l'ampleur des résultats la simplicité et la pureté des principes; elles doivent se *réorganiser, elles* se *fondront de*

manière a constituer una méthode universelle. Le principe de cette méthode consiste a s'élever au-dessus de la représesentation des figures, et a dégager ce *qui est commun á Toutes ces sciences particulières qu'on nomme communément Mathématiques ...Encore que leurs objets soient différents, elles* ne *laissent pas de s'accorder toutes, en ce qu'elles n'yconsiderent autre chose que les divers rapports ou proportions quis'y trouvent".* [11]

Es obvio que para Descartes todo esto es posible en tanto su cosmología parte del principio metafísico de la espacialidad y la medición de la misma. El establecimiento de proporciones es la base de la medición espacial, es esto lo que expresa cuando se refiere a la extensión.

Ahora bien, el carácter universal se desprende de la universalidad racional:

"L'idée fondamentale est que la science est essentiellement unité parce qu'elle est l'intelligence humaine a l'œuvre et qu'il n'y a qu'une façon de comprendre. La méthode est unique pour disposer les données complexes u un problème suivant un ordre intelligible, de façon a ne plus avoir qu'une chaîne de relations simples entre éléments simples" [12]

Que sea universal además lo justifica tomando en cuenta sólo una parte de los participantes en la relación cognoscitiva, el sujeto: Es universal porque es racional. Las reglas clásicas del método cartesiano y no otras son las que están presentes aquí.

Para Descartes no se trata solamente de la extensión como elemento constitutivo de la esencia de la matemática. Se trata también del orden. Esto va a clarificar aun más el asunto. El orden es característica esencial de un cuerpo axiomático. Orden y medida, según Descartes, determinan lo que es la matemática. El énfasis en lo del orden aunque sea vinculado a la medida empujará posteriormente en el camino de la abstracción en la matemática.

Señala Brunschvicg:

"...la mathématique est la science de l'ordre aussi bien que la science de la mesure; et elle comprend, en outre de l'arithmétique (ou algèbre) et de la géométrie, l'astronomie, la musique, l'optique, la mécanique". [12] [13]

Otro concepto clave en Descartes para la definición de los nuevos papeles del espacio, es el de dimensión. Señala Brunschvicg:

"L'élément de dimension spatiale est la longueur, on peul partir de la longueur pour reconstituer la réalité spatiale, comme multiplicité a trois dimensions. Mais ce mode de composition n'est, aux yeux de Descartes, qu'un cas particulier dans le mode de composition des grandeurs; tout élément analogue a la longueur peul être considéré comme une dimension, et on introduira dans un problème autant de dimensions qu'on voudra ". [14]

Lo que le da un contenido revolucionario:

"Des lors la représentation spatiale de la dimension ne dépend plus de la nature spatiale de la dimension". [15]

Eso le da un carácter abstracto que es el que le permite una utilidad mayor. Este es el punto medular de la REGULAE y como dice Brunschvicg:

". *..elle explique comment la représentation spatiale peut acquérir une valeur tout autre que celle d'un symbolisme arbitraire, et conduire a une science effective de l'univers".* [16]

Esta noción de dimensión generalizada logra trasladar la analogía exterior a una resolución interna (si se quiere axiomática, lógica). En efecto, al no depender de una realidad espacial concreta la noción involucrada apunta hacia un terreno de generalización y abstracción. Esta "libertad" de vuelo es la esencia de la matemática de los siglos posteriores. Para Descartes esta era suficiente para ascender a una ciencia universal. Las cosas en la realidad no son, sin embargo, tan sencillas.

La reforma cosmológica cartesiana no se reduce solamente al problema de las medidas de dimensiones. Descartes introduce una nueva definición del concepto de movimiento, pero siempre dentro de la línea general de su aproximación:

"La nature du mouvement duquel j'entends ici parler, est si facile a connaître que les Géomètres mêmes, qui entre tous les hommes se sont le plus étudie á concevoir bien distinctement les choses qu'ils ont considères, l'ont jugée plus simple et plus intelligible que celle de leurs superficies et de leurs lignes; ainsi qu'il paraît en ce qu'ils ont explique la ligue par le mouvement d'un point, et la superficie par celui d'une ligne". [17]

La matemática universal de Descartes posee como bases las ideas "claras y distintas" de extensión y movimiento. El mecanismo cartesiano, es necesario señalar, adquiere, pues, un papel relevante en tanto es elevado a toda una cosmología universal y es concebido geométricamente. El mecanismo es "especializado" puesto que todo movimiento expresa en realidad una forma espacial. Si se quiere el concepto de movimiento en Descartes está subordinado al de espacio. Este caracteriza su mecanismo. Esto tendría una gran influencia en el pensamiento científico de los siglos posteriores.

En síntesis se puede afirmar que la *mathesis universalis* cartesiana se reduce a una extensión de los métodos geométricos a la totalidad de problemas de la mecánica, física, biología, etc. La palanca que utiliza Descartes es la redefinición del espacio en términos de extensión, evidentemente medible. Pero, en forma más concreta, se trata del clásico concepto de la proporción. Como hace ver Gerd Buchdahl en su METHAPHYSICS AND THE PHILOSOPHY OF SCIENCE:

"The theme that extension, and comparison between extension, in the proper subject of science had previously been broached more fully in REGULE X// and XIV. The logically simplest operation, according to Descartes, apart from the simple and naked intuition of 'one single thing' is 'comparison of two or more things with each other'. This is involved in any theoretical treatment of a scientific subject". [18]

La reducción cosmológica a la extensión no es en Descartes una mera observación empírica. Se trata de una premisa metafísica frente al mundo. A través del cristal "extenso" el mundo va a poder ser desentrañado teóricamente por las reglas de la geometría, eso sí: una geometría remodelada por la fusión de los resultados infinitesimales hasta la época, así como la nueva actitud abstracta frente a ella. Se trata de hacer encajar el mundo en el esquema establecido *a priori* por Descartes de las reglas geométricas. Esto es también una premisa metafísica. El mecanismo es clásico; toma un aspecto de la realidad, hípostasiarlo a la altura que determine o define el resto de ella; este aspecto ha sido cuidadosamente escogido calzando con las premisas doctrinales previamente establecidas. Como señala Buchdahl:

"*... from holding that a successful scientific treatment of nature presupposes its being considered under the aspect of extension, Descartes slides into the assertion that (material) nature is essentially equivalent to extension, and that this alone justifies us in postulating the existence of genuine science".* [19]

La reforma de la matemática cartesiana es de gran importancia en el desarrollo de la matemática. No porque los principales factores de esta geometría analítica hayan sido descubiertos por Descartes, sino porque Descartes los coloca en una totalidad distinta, si se quiere moderna. Se trata de una nueva actitud frente a la matemática, un avance en el camino de la generalización y la abstracción. Sin embargo no tan nueva históricamente. Recuérdese la axiomática griega. Pero más que eso es el constante empujar metodológico de la axiomatización lo que debe entenderse como nuevo.

La preocupación principal de la GEOMETRIE de 1637 no recae en la geometrización de la física sino que señala Brunschvicg:

"… *opère une transformation des méthodes techniques de la Géométrie et de L'Algèbre.* " [20]

Una preocupación ajena, si se quiere, a las de la REGULAE. Al decir de Brunschvicg:

"La préoccupation constante de Descartes dans les Regulae, c'est de briser l'enveloppe pour mieux faire apparaître la portée de l'application aux sciences du concret. Il semble bien que, si une sollicitation extérieur n'avait pas conduit Descartes à composer la GEOMETRIE, il n'aurait tiré du concours de l'algèbre et de la géométrie que des procèdes techniques á son usage personnel. La chose du moins semble s'être passée ainsi pour le calcul des indivisibles: Descartes, suivant les conjectures très plausibles de Paul Tannery, disposait pour son compte de méthodes équivalentes á celles de Cavalieri ou de Roberval; il s'abstint pourtant d'en rien faire connaître, faute peut-être d'en pouvoir donner une justification suffisamment rationnelle á son gré, abandonnant á ses émules l'honneur de l'invention". [21]

A propósito de un problema geométrico planteado por Pappus, Descartes muestra las ventajas del método abstracto que él propone. En REPONSES AUX SECONDES OBJECTIONS FAITES SUR LES MEDITATIONS METAPHYSIQUES expresa las características fundamentales de la "nueva matemática". Brunschvicg lo reseña así:

"Or ces lignes, qui sont pour l'imagination les termes élémentaires du problème et qui représentent naturellement l'absolu, sont en réalité des effets, puisqu'elles dépendent des relations métriques qui sont contenues dans l'énonce du problème; ce sont les relations métriques, et non les lignes, qui sont le véritable absolu, si nous entendons par absolu, non pas l'objet qui semble se détacher pour les yeux avec une apparence d'indépendance, mais le principe simple, la cause, ce qui pour l'esprit commande et engendre un ensemble de déterminations. Ainsi compris, l'absolu peut être, comme l'indiquent les REGULAE, une relation: par exemple la relation qui définit une proportion géométrique et qui en est appelée á bon droit la raison. Cette relation doit être exprimée en elle-même; et pour elle-même; en cela consiste l'attitude de l'analyse: l'analyse montre la vraie voie pour laquelle une chose a été méthodiquement inventée, et fait voir comment les effets dépendent des causes". [22]

No se trata entonces de aquellos objetos sensibles o susceptibles de una intuición empírica, se trata de una relación interna abstracta de una concatenación en el fondo lógica. Lo absoluto en la geometría sintética de los antiguos es como diría Spengler “apolínea”, en la geometría analítica es “fáustica”. Lo absoluto no es lo aparente, trasciende este plano hacia lo mas general y abstracto. No se trata ya de líneas sino de medidas, de valores abstractos susceptibles de ser tratados como objetos aritméticos o algebraicos. Descartes en este terreno abre un camino para el desarrollo de la matemática moderna y de la ciencia. Será un camino que se profundizará definitivamente en el siglo XIX: un camino de abstracción necesaria pero no infinita, es decir, con fronteras que desde finales del siglo XIX se hacen manifiestas angustiosamente.

La expresión de las relaciones geométricas en algebraicas se convierte desde un punto de vista técnico esencial para Descartes. Frente a este problema es que utiliza las coordenadas. Como advierte Brunschvicg:

"...la GEOMETRIE utilise le système de coordonnés le plus simple, celui qu’Oresme employait en vue de représentations purement graphiques comme les symboles auxquels dans les REGULAE Descartes recommandait d’avoir recours: système des coordonnés rectangulaires qui sont appelées aussi coordonnées cartésiennes". [23]

Sin las coordenadas rectangulares las que enlazan las relaciones geométricas y las algebraicas. En las relaciones algebraicas se expresa lo que es esencial, la magnitud. Observa Brunschvicg:

"L'équation algébrique exprime la relation fondamentale qui constitue la grandeur ; elle est l’absolu ". [24]

Que esto sea así para Descartes, ya lo hemos dicho, corresponde a premisas metafísicas. La longitud es la unidad básica, la medición, de la realidad espacial. La descripción debe hacerse en estos términos. Es interesante como la concepción de la metafísica cartesiana lo lleva a la aritmetización de la geometría, y a poder describir el espacio geométrico analíticamente. Esta concatenación afianzaría la comprensión de la realidad a través de la geometría euclidiana, pero al mismo tiempo sentaba las bases para una crítica de esa situación-relación, como se desarrollaría en los siglos venideros.

En las REGULAE se tiene una yuxtaposición de geometría y aritmética, en la Géométrie se da una jerarquización; Brunschvicg lo capta así:

"Les REGULAE partaient de la mathématique proprement dite pour étendre a I'ensemble des problèmes qui pouvaient se poser a I'homme la méthode de la résolution dont cette science avait, seule jusqu 'ici, donné I'exemple. L'arithmétique et la géométrie y *sont juxtaposées comme satisfaisant également aux exigences de I'ordre et de la mesure. Avec la Géométrie la juxtaposition se change en hiérarchie; la quantité soumise a la restriction que lui impose la représentation spatiale devient quelque chose de composé par rapport á la quantité définie uniquement au moyen des opérations de I'arithmétique, exprimée a I'aide des systèmes symboliques de I'algèbre".* [25]

La reforma de la matemática cartesiana se integra en un contexto histórico en el que diferentes elementos deben siempre analizarse. Los desarrollos de nuevas formas de organización económica y social, así como del conocimiento técnico y también social, fueron un motor para resultados teóricos como los presentes en Descartes. También influía la filosofía de la época, sus debates en torno a la deducción y la intuición. Los resultados de los algebristas italianos serían decisivos. Las circunstancias empujaban pero no necesariamente determinaban. La condensación de reglas en el Discurso del Método, las concepciones en torno al espacio ya la geometría, tal vez las hubiera presentado Fermat o Tartaglia, si no hubiera existido Descartes. Pero tal vez no. También pudieron no haberse nunca presentado y entonces el camino de las concepciones occidentales en torno al espacio ya la geometría hubieran seguido un camino menos abstracto y menos metafísico. La sociedad y la historia influyen en la constitución de las condiciones y circunstancias de la vida y práctica de los hombres, pero no las determinan. El papel de los individuos en la historia ha significado a veces el avance o retroceso de naciones enteras. Qué es determinante en una situación histórica es algo que no se puede abordar con ningún mecanismo metodológico a *priori.* Ni las condiciones sociales ni los individuos en sí sirven como criterio universal para entender por sí solos la historia. Pero eso sí, en su concatenación recíproca, en la resultante variante de todas las condiciones sociales e históricas y la practica individual podemos encontrar mejor las explicaciones del devenir de la humanidad.

Las reformas cartesianas a la física como a la matemática deben comprenderse como un todo teórico, íntimamente entrelazadas. [26] Ya lo dije antes, se pueden ver ambas reformas como una sola aproximación al mundo. Pero, se trata de algo más. Existe una gran unidad en el método de deducción de resultados partiendo de principios *a priori* abstractos e insensibles: De ideas innatas. De hecho en la cosmológica solo puede tener coherencia si se introducen premisas metafísicas. En la reforma matemática el resultado es una nueva forma de concebir la matemática; en forma más precisa: una nueva matemática. La generalización, la abstracción, y el tratamiento axiomático, caracterizan la matemática moderna. El papel jugado por Descartes es en este terreno extraordinario. Los resultados cartesianos contenidos especialmente en las REGULAE y en la GEOMETRIE deben analizarse en conexión con las reglas puestas en EL DISCURSO DEL METODO. [27] Las reformas cartesianas deben estudiarse en conexión con el desarrollo de la axiomática. En este terreno Brunschvicg no hace mucho, lo cual debilita el esclarecimiento del contenido de las reformas cartesianas. La axiomática no es un método nuevo en la historia del pensamiento matemático. Es más, se trata de un modelo característico de la antigüedad griega, que podemos observar claramente desde sus principios hasta Euclides. Los ELEMENTOS son la obra sintetizadora de la geometría antigua más importante. El método de exposición es el axiomático. En el mundo occidental este ha sido para bien o para mal característico. [28] Descartes retrotrae en su descripción de la geometría este método. Es fácil de entender para un pensador occidental. Lo más interesante es tal vez que lo aplique ala cosmología. Las reglas de funcionamiento del mundo físico expresadas axiomáticamente. Esto tampoco es completamente nuevo pero su trabajo significó un replanteamiento en su tiempo.

La axiomática es esencial para la explicación de los resultados científicos. Da una forma ordenada y lógica de la teoría. Es útil. Sin embargo no es el método del conocimiento científico. La práctica de la ciencia no es deductiva por excelencia, sino todo lo contrario: inductiva. La ciencia es práctica de experiencias, observaciones y generalizaciones, establecimiento de hipótesis y comprobación de errores; y nuevas aproximaciones. [29] Siempre ha sido así: la relación hombre-naturaleza en el conocimiento así se da. Ha sido, sin embargo, una característica occidental el tratar de ocultar ese "sucio y oscuro" proceso práctico y plantear la ciencia como meros sistemas axiomáticos y formales. Esto no es tampoco casual. Se trata de un principio filosófico y epistemológico asentado profundamente en la historia. Casi todas las grandes doctrinas filosóficas siempre han partido de ese fundamento metodológico. Esto en mi opinión ha influido negativamente en el proceso de la ciencia y el conocimiento.

Descartes parte de ese principio no particularmente en su filosofía de la matemática, sino en general como parte de su filosofía racionalista, deductivista y axiomática. En la reforma cosmológica y en la geometría el método es idéntico, eso sí los resultados no. En la matemática la axiomatización permitió liberarse de esquemas burdos y rígidos en torno a sí misma. La afluencia posterior de nuevas entidades matemáticas, nuevas estructuras, y concepción moderna arranca de esto. [30] Es hoy día discutible si esto sólo acarreó beneficios en la matemática y sus fundamentos. Soy de la opinión de que todavía hay muchos problemas por resolver. Lo que sí es indiscutible es que para la física la reducción axiomática fue ambivalente: benefició en las condensaciones de resultados y sus aplicaciones, pero deterioró una actitud más decidida hacia la práctica y al experimentación científica.

Brunschvicg es, por otra parte, muy poco crítico de los resultados cartesianos. Tanto en el señalamiento de las debilidades que lo llevan a la metafísica, así como el forzamiento de la realidad en aras de un ideal matemático (Husserl, que le debe tanto a Descartes en su obra, es por ejemplo muy claro en la crítica de esa matematización enfermiza). La aproximación a la reforma cosmológica cartesiana no puede ser completa si no se analiza el problema del tiempo en Descartes. Descartes pasa de la extensión al movimiento sin detenerse suficientemente en el concepto de tiempo. De hecho este elemento es tremendamente importante. El concepto de realidad espacio-temporal es clave para la comprensión científica moderna. Tiene que ver con la configuración de los límites del universo y del sentido cosmológico y hasta termodinámico del mismo. La visión mecanicista espacial de Descartes no podía ser capaz de hacer avanzar en esa dirección del pensamiento científico de la época.

Que la matemática moderna, como proceso de abstracción y generalización, se haya iniciado desde un principio ligada a una concepción metafísica no puede dejar de tener consecuencias en el conjunto de la historia de la matemática. Este salto de al abstracción matemática no se hace con una comprensión de sus límites y alcances, que vienen dados por la concatenación misma de la realidad. Seguro que en los desarrollos de esta ciencia, posteriores a Descartes, la abstracción ha desbordado los límites de lo real como tal, ayudando a introducir en el edificio matemático serios problemas en sus bases más profundas. La “crisis” moderna de los fundamentos de la matemática en alguna medida ha tenido que ver con ese “desbordamiento”. Este sería un tema para la investigación en los fundamentos de la matemática pero que no es mi objetivo a abordar en este artículo. La “solución” a los graves problemas que se suelen plantear con el término “crisis” en la matemática, sólo puede intentarse partiendo metodológicamente de las raíces epistemológicas y hasta ontológicas. En el conocimiento matemático es una problemática antigua la relación existente entre sus entidades y la realidad. Ya en Pitágoras se afirmaba la descripción del mundo a través de los números naturales. Esta tendencia mística en torno a las nociones matemáticas se manifiesta también en Platón. Las nociones matemáticas deben analizarse como cualquier noción teórica en relación a la práctica y vida social-material. Se trata de entender el status de la dicotomía validez-verdad en cada noción. En qué medida es un cuerpo lógicamente consistente y con cuál lógica, aunque no corresponda por lo menos en primer lugar instancia a una entidad material particular. Más ni se trata solo de esto: se trata en primer lugar de definir una posición en torno a la verdad matemática y a la naturaleza matemática, y esto es lo que nos coloca en el terreno de la epistemología y la ontología.

Brunschvicg establece en LES ETAPES DE LA PHILOSOPHIE MATHEMATIQUE la concatenación de las reformas cartesianas. Establece algunas de las características de ambas. Sin embargo no va a las raíces teóricas, y filosóficas en general, que pueden iluminar el análisis cartesiano; por lo menos no suficientemente. La concatenación de ambas reformas en Descartes no es una necesidad de cada una de ellas, no se desprende del tratamiento axiomático de ambas. Es en las consideraciones metafísicas básicas cartesianas que encontramos las justificaciones intelectuales del análisis. La filosofía de la matemática, no puede prescindir de la Filosofía en general. Esto es absolutamente claro en Descartes, pero también es válido en otros filósofos de la ciencia y de la matemática. Si se quiere dar cuenta -por ejemplo- de las nociones de Frege en torno a la aritmética, i.e. el logicismo, por más técnico que aparezca, sólo lo podremos hacer adentrándonos en el mundo general de sus concepciones filosóficas. Las reglas metodológicas generales son las que en particular se expresan en el tratamiento de lo particular en el conocimiento filosófico.

[1] Brunschvicg, León. *LES ETAPES DE LA PHILOSOPHIE MATHEMATIQUE.* Paris: Librairie scientifique et technique A. Blanchard, 1981 p. 101.

[2] Las citas se hacen usando la lengua original del autor, con el propósito de tener una referencia más fidedigna.

[3] Ibid, p.103.

[4] Ibid, p.103.

[5] Ibid, p.104.

[6] Ibid, p.99.

[7] Ibid, p.105.

[8] Ibid, p.107.

[9] Ibid, p.107.

[10] Ibid, p.107.

[11] Ibid, p.106.

[12] Ibid, pp.107-8.

[13] Ibid, p.108.

[14] Ibid, p.111.

[15] Ibid, p.111.

[16] Ibid, p.111.

[17] Descartes (citado por Brunschvcg) Ibid, p. 112.

[18] Buchdahl, Gerd. *METAPHYSICS AND THE PHILOSOPHY OF SCIENCE.* Cambridge: The MIT PRESS, 1969 p.85.

[19] Ibid, pp.89-90.

[20] Brunschvicg, L. *LES ETAPES DE LA PHILOSOPHIE MATEMATIQUE.* P. 114.

[21] Ibid, p.115.

[22] Ibid, p.117.

[23] Ibid, p.119.

[24] Ibid, pp.120-21.

[25] Ibid, p.121.

[26] Un interesante estudio sobre las relaciones entre ciencia y matemáticas se puede ver en Bochner, Salomon. *THE ROLE OF METHEMATICS IN THE RISE OF SCIENCE.* Princeton: Princeton University Press, 1981.

[27] La contribución precisa de Descartes en cuanto a la geometría analítica puede verse en Boyer, Carl. *A HISTORY OF MATHEMATICS.* Princeton: Princeton University Press, 1985.

[28] Para un estudio del axiomatismo en la constitución de la estructura ideológica sobre las matemáticas, puede estudiarse mi trabajo: *Implicaciones teórico-filosóficas del teorema de Gödel en el paradigma racionalista de la reflexión sobre las matemáticas.* Rev. Fil. Univ. Costa Rica, XXIII (58), 183-194, 1985.

[29] Sobre la relación entre matemáticas y realidad se puede consultar mi artículo: *Sobre la llamada armonía pre-establecida entre matemáticas y realidad*, en el libro *HISTORIA DE LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA.* Cartago: Editorial Tecnológica de Costa Rica, 1989 (editado por Angel Ruiz Zúñiga y Luis Camacho).

[30] Opiniones interesantes sobre la axiomatización y la historia de las matemáticas se pueden consultar en la obra clásica de E.T. Bell: *HISTORIA DE LAS MATEMATICAS.* México: Fondo de Cultura Económica, 1985. *(La primera edición en inglés es de 1940)