DIE PERSPEKTIVE DER MATHEMATIK, DER MATHEMATIKGESCHICHTE UND DER MATHEMATISCHEN LEHRE IN LATEINAMERIKA

Angel Ruiz-Zúñiga

Rostocker Wissenschaftshistorische Manuskripte, Sonderheft (Heft 21) 1992

I.

Lateinarnerika steht in der Gegenwart vor einer wichtigen Herausforderung. Das Vorhandensein einer wissenschaftlich-technischen Infrastruktur ist eme Voraussetzung dafür, den Fortschritt der Menschen und Nationen auf diesern Subkontinent zu befördern. [1] Dabei geht es urn den Bruch rnit den strukturellen Flernrnnissen politischer, ökonornischer kultureller, sozialer und anderer Art, durch die Aktivitáten emes bestimrnten Teiles der Wissenschaftler und Techniker einschliefllich ihrer Mbglichkeiten gehemrnt waren. Es handelt sich nicht urn eme Situation, die nur allein durch Veránderungen in den internationalen ökonornischen oder politischen Beziehungen tiberwunden werden kann. Auch die kulturellen Urngestaltungen sowie die Haltungen und der Wille der geistigen Gerneinschaften in den lateinamerikanischen Ländern selbst künnen dabei eme wichtige Rolle spielen.
In diesen Kontext muβ sich die ganze Diskussion über eme Wissenschaftsstrategie, die Geschichte der Wissenschaften und der Mathernatik im besonderen einordnen.[2]

II.

Es ist möglich, daβ das Studium der Geschichte der Wissenschaft (und ihre Entwicklung als Disziplin) oder auch der Mathernatik irn besonderen aus sich selbst heraus eme Quelle geistiger Befriedigung darstellt. Die Freude so der Suche nach Erkenntnissen so sich ist em Charakteristikum emes guten Teils unserer Geschichte gewesen und stellt darüber hinaus vielleicht eme wichtige Errungenschaft und Spezifik des rnenschlichen Wesens dat Die reale Situation besteht in unseren Ländem gegenwärtig jedoch darin, unbedingt nach den praktischen, nützlichen und sozial relevanten Dimensionen bei der Bestimmung einer Strategie für die Wissenschaft, die Mathernatik, die Mathernatikgeschichte und dic mathematische Lebre zu suchen. Auch irn Falle der Geschichte der Mathernatik geht es also darum, die Eingliederung dieser Disziplin in dic praktischen Erfordernisse zu verwirklichen, dic auf den wissenschaftlich-technischen und kulturellen (sowie aus anderer Sicht auch auf den politischen und ideologischen) Fortschritt unserer Nationen abzielen.
Neben der möglichen Funktion bei der Aufarbeitung des Erbes und der kulturellen Identität muβ die Geschichte der Mathernatik als Disziplin ihre Orientierung bei der Entwicklung der Mathernatik und besonders ihrer Lehre in unseren Ländern finden. In der mathernatischen Praxis ist die Geschichte ein wesentlicher Faktor für das Verständnis ihrer Konzepte und Methoden, ihrer Perspektiven, Grenzen und Möglichkeiten. Sie ist ein wertvolles Instrument, um die kollektiven Strategien der unseren Bedingungen und Ressourcen angepaβten Entwicklung zu bestimmen. Die Lehre ist direkt und aktiv mit dem Aufbau der für einen wissenschaftlich-technischen Progress notwendigen mathematisch-kulturellen Infrastruktur verknüpft.

Aber es geht nur um eine punktuelle Begründung der Anpassung oder der Rentabilität von Ressourcen und Bedingungen im Hinblick auf die Ziele des Fortschritts, was an sich schon ein grundiegender Ausgangspunkt wäre. Es geht vor allem um eine Orientierung, die methodologisch und epistomologisch einen groβen Reichtum besitzt. Das Verständnis der Natur der Mathematik und ihrer Geschichte ist ein auβerordentlich lebendiges Experimentierfeld, auf dem wichtige gedankliche Ergebnisse und erneuernde Ideen gefunden werden können. Aus erkenntnistheoretischer Sicht kann man sagen: Obwohl sich die psychogenetische Logik von der sozialgenetischen unterscheidet, kann niemand den Wert der zwischen den beiden Typen des Erkenntnis- und Lernprozesses möglichen Vergleiche leugnen. Die erkenntnistheoretische Forschung auf der experimentellen Grundlage der kollektiven Prozesse der mathcmatischen Lehre wird einen wichtigen Platz für ihre Entwicklung einnehmen. Darin kann die Lehre der Geschichte eine zentrale Rolle spielen. Die über den Rahmcn der Lehre von Piaget hinaus erweiterten Studien des Paares Sozialgenese-Psychogenese können von groβer Bedeutung in der Erkenntnis- und Wissenschaftsthcorie sein, was innerhalb einer praktischen Orientierung wiederum das sich entwickelnde System befördern würde.

III.

Bevor man eine Strategie für die Entwicklung der Mathematik oder der Rolle ihrer Geschichte in Lateinamerika erarbeitet, ist es angebracht, einige Aspekte der historischen Evolution der Mathematik in Lateinamerika zu diskutieren. In der Realität ist die Beteiligung Lateinamerikas an der intemationalen mathematischen Forschung auβerordentlich gering gewesen. Interessant ist es also, entweder die Institutionalisierung der Mathematik oder das Verhältnis zwischen ihrer Lehre und dem Einfluβ der internationalen wissenschaftlichen Strömungen zu studieren. Mein Interesse ist hier nicht das Studium der Institutionalisierung, sondern das letztgenannte, d.h. jenes, was in den letzten 30 Jahren der wichtigste Faktor in der Mathematik Lateinamerikas gewesen ist. Die Mathematik und ihre Lehre in L.ateinamerika waren bedingt durch die Reform der "modernen Mathematik", dic sich in den sechziger Jahren in fast allen unseren Ländern vollzog. Diese Reform modifizierte Studienplänc, Programme, Methoden, Ziele und das Verständnis der Mathematik. Es sind hier die ideologischen, theoretischen und historischen Aspekte dieser Reform zu beleuchten.[3]

Die Ideologie, die bis in unsere Tage in der Lehre der Mathematik dominierte, hat die formalen, deduktiven, axiomatischen und abstrakten Aspekte betont, und das auf Kosten der intuitiven, vitalen, heuristischen und konkreten Gesichtspunkte. Diese Art von Ideologie war entscheidend für die Konzeption und Entwicklung der Reformen. die in den letzten Jahrzehnten die Lehre der "modernen" Mathematik durchzusetzen versuchten.

Es ist gcnug Zeit vergangen, um eine notwendige Bilanz ziehen zu können über den Erfolg dieser Reformen, die den antiquierten und wenig allgemeinen Charakter der in der Grund- und Obcrschule gelehrten Mathematik umzuwandeln versuchten.

In diesem Sinne kann man nicht umhin fcstzustcllcn, daβ die Bilanz im allgemeinen unbefriedigend ausfällt. Die Lehre der modernen Elementarmathematik hat im beträchtlichen Maβe mit ihrer Betonung der Mengenlehre, der algebraisch-formalen Strukturen, der abstrakten Verallgemeinerungen usw. die Probleme, auf die sie antworten sollte, nicht nur nicht gelöst, sondern eine latente Krise verursacht, die noch nicht gebannt

ist, und zu deren Bewältigung international verschiedene theoretische und praktische Anstrengungen unternommen werden.
In den meistcn Ländern Lateinamerikas sind die Mathcmatikprogramme an den Universitäten auch mit dieser Ideologie und mit einem Kult des mathematischen "Purismus" belastet, der eine noch größere Trennung von der mathematischen Praxis im Hinblick auf Wissenschaft, Technik und Produktion bewirkte. Das entsprach einem Hauptfehler der lateinamerikanischen Wissenschaft, nämlich ihrem übcrwiegend akademischen und nicht mit produktiven Prozessen verbundenen Charakter.

Die Antworten auf die allgemeinen Probleme der Mathematik und der mathematischen Lehre können nicht nur in einzelnen und teilweise technischen Voraussctzungen gefunden werden, ohne den allgemeinen Kontakt zu berücksichtigen, dem sich die Praxis dieser Problematik unterordnet. Dabei ist eine tiefgreifende Diskussion über die historisch-philosophischen Determinanten der modernen Mathematikausbildung, über die Konzeptionen bezüglich der Natur der Mathematik und über die Ideologie der Mathematik nicht zu umgehen. Wenn die Ideologie, die in dem Nachdenken über die Mathematik dominiert hat, tatsächlich die oben erwähnte ist, wird ihr historisches, methodologisches, erkenntnistheoretisches und philosophisches Studium unumgänglich sein.
Was wir "Ideologie" der "modernen" Mathematik nennen, setzte sich mit den Wurzeln in dcr Geschichte der Mathematik (und dem Nachdenken über selbige) von den ersten Ursprüngen an auseinander. Man kann sagen, daβ sie sich auf ein Paradigma über die Natur der Mathematik bezog, das man das "rationalistische Paradigma über die Mathematik" nennen kann. Der Rationalismus ist eine erkenntnistheoretische Richtung, die beim Aufstellen der Wahrheitskriterien der Erkenntnis den Geist und Verstand betont. Sie ist dem Empirismus entgegengesetzt, der die Sinne betont. Für den letztgenannten ergibt sich die Wahrheit einer These aus der Sinneserfahrung. In einer seiner extremsten Versionen verallgemeinert der Geist nur die Ergebnisse der Sinneserforschung. Für den "harten" Rationalismus dagegen produziert der Geist a priori absolute und unfehlbare Wahrheiten, die einen grundlegend axiomatischen und formalen Charakter annehmen. Nach diesem Paradigma sind der Aufbau und die Gültigkeit der Mathematik durch geistige Prozesse vorgegeben, deren Gestaltung axiomatisch und formal ist, wobei die Sinneserfahrung ausgeschlossen wird.
Gewiβ hat es andere philosophische Strömungen gegeben, die in diesem Jahrhundert groβen Einfluβ auf die Gestaltung des Mathematikbildes hatten, wie z.B. der logische Empirismus. Diese Position regiert jedoch den empirischen lnhalt der Mathematik, womit sie nicht tatsächlich eine substantielle Opposition zum Rationalismus darstellt.
Diese Entwicklungen waren der allgemeinste ideologische Kontext, aufdessen Hintergrund sich die Reform der mathematischen Lehre in den 60er Jahren vollzog. Das allein kann jedoch noch nicht das Entstehen der Reform erklären. Notwendig waren dazu ferner bestimmte historische Umstände und ein Rahmen spezifischer Ideen.
Die Reform wurde geboren, als eine Form der Antwort auf ein zentrales Problem aktuell geworden war. Es ging um die Notwcndigkeit, die Trennung zwischen der mathematischen Praxis der Forscher und Gelehrten auf der einen Seite und der mathematischen Ausbildung auf der anderen Seite, wie sie an Grund- und Oberschulen praktiziert wurde, zu überwinden. Die klassische Struktur des Inhalts der Mathematik gliederte sich in vier Hauptzweige: Arithmetik, Algebra, Geometrie und Analysis, wobei jedes dieser Gebiete

isoliert betrachtet wurde. Dementsprechend widerspiegelten die Programme der Schulmathematik auch diese Unterteilung. Mit der Sprache der Mengenlehre und mit der neuen Mathematik wurde versucht, die Mathematik als eine geschlossene theoretische Disziplin zu fassen. Es gab nicht mehr verschiedene Zweige der Mathematik, sondern die Mathematik. Diese Reform begann in den entwikkelten Ländern, vor allem in Frankreich und den USA. Dann solltw sie sich in der einen oder anderen Form auf ganz Lateinamerika ausdehnen. Der wichtigste Träger dafür waren die Texte und die Veränderungen in den auf intemationalen Treffen vorgestellten Programme.
Einige der Prämissen, von denen die Reform ausging, waren folgende: 1. die vorrangig betriebene Mathematik ist die passende, d.h. der Typ der reinen Mathematik ist der adäquate und das Modell für die Mathematik im allgemeinen; 2. die neue Mathematik kann große große Probleme auf die Grund- und Oberschule übertragen werden; 3. die traditionelle Mathematik ist untauglich.

In Wirklichkeit waren diese Prämissen in ihrer Gesamtheit sehr gefährlieh. Zuerst wurde seit dem vorigen Jahrhundert aus historischen und theoretischen Gründen, die hier nicht weiter ausgeführt werden, die sogenannte "reine" Mathematik außerordentlich stark entwickelt, d.h. getrennt von ihrer unmittelbaren Anwendung. Das war eine gigantische Entwicklung der abstrakten und verallgemeinernden Aspekte der Mathematik. Die dominierenden Ideen dieser Periode der "Fundierung der Mathematik" trugen auch zur Betonung ihrer formalen, axiomatischen und abstrakten Aspekte bei. Die angewandte Mathematik hatte nicht das Gewicht erlangt, das diese nach dem Zweiten Weltkrieg bald zunehmend gewann.
Die Art von Begriffen, die man auf die Grund- und Oberschule übcrtragen wolle, bezog sich nicht auf die Modelle der natürlichen oder sozialen Rcalität. Es ging nicht um das, was heutzutage diskrete Mathematikgenannt wird bzw. die Verbindungen za den Naturwissenschaften ausmacht. Man beabsichtigte vielmehr, den Schülern die Mengenlehre, die abstraleten algebraischen Strukturen sowie die vereinheitlichenden und universellen Begriffe zu vermitteln. Gleichzeitig dachte man bei absoluter Ignoranz der Pädagogik oder des gesunden Menschenverstandes, daß diese Begriffe von den Schülern ohne weiteres erfaßt werden könnten. Man meinte, die Logik und die Themen des Spezialisten könnten die gleichcn sein, die man dem Schüler vermittelt. — Obwohl sich diese Veränderungen auf die eine oder andere Art in den verschiedenen europäischen Ländern und den USA vollzogen, setzten die Mathematiker die Diskussion über die Notwendigkeit einer solchen Umgestaltung und über die Form, in der man sie durchführen solite, fort. Es gab abweichende und warnende Stimmen. Aber die Mehrheit war für die Reform. Zum Beispiel sagte Jean Kuntzmann. "Die Einführung der modernen Mathematik in die Oberschulbildung ist verstärkt worden durch eine äußere Beeinflussung, die vor allem von Angehörigen der Hochschulbildung kam. Dieser Druck war vielleicht nützlich, um die Entwicklung zu beschleunigen. Aber er schafft auch eine anormale Situation. Der sehr häufige Gebrauch des Begriffs 'modern', die beeindruckende Gegenüberstellung der Mathematik von 'vorher' und 'nachher' läuft Gefahr, einem Teil der Lehrer den Eindruck zu vermitteln, daß sie schon nicht mehr auf dem laufenden sind. Es ist im Gegenteil notwendig, die neuen Begriffe zu entmystifizieren und zu zeigen, daß es sich um Begriffe handelt, die jeder kennt und unbewußt verwendet, und nicht um schrecklich abstrakte und komplizierte Begriffe. Die prinzipielle Neuheit besteht darin, daß diese Begriffe einen Namen erhalten und dadurch eine Beschaffenheit erlangt haben, die sie vorher nicht hatn."[5]

Einer derjenigen, die erste Zweifel gegenüber der Reform bekundeten, war René Thom: "Gewiβ ist der Gebrauch der Algebra als Demonstrationsmethode innerhalb der modernen Mathematik zweifellos wichtig und sogar entscheidend. Aber es wäre vernünftig, sich zu fragen, ob man die Bedürfnisse der Mathematikprofessoren berücksichtigen soll, wenn sie sich mit der Oberschulbildung beschäftigen. Die Mathematiker der gegenwärtigen Generation, die durchdrungen sind vom bourbakistischen Geist, haben die völlig natürliche Tendenz, die algebraischen Theorien und Strukturen, die ihnen so nützlich in ihrer eigenen Arbeit gewesen sind und die andererseits im Geist der zeitgenössischen Mathematik triumphieren, in die Oberschul- und Hochschulbildung einzuführen. Aber man sollte sich zumindest für die Oberschulbildung fragen, ob es angebracht ist, die neuesten Ergebnisse der augenblicklichen Techniken einzubeziehen."[6]

Einer der wichtigsten Faktoren bei der theoretischen Entstehung dieser Reformbewegung war die französische Gruppe um Nicolás Bourbaki (vielleicht gleichzeitig mit dem mächtigen Einfluβ des USA-Mathematikers Marschall Stone). Sie bestand aus vielen hervorragenden Mathematikern und hatte eine groβe Verlagskapazität. Das Prestige, das sie durch ihre theoretischen Ergebnisse erlangt hatte, verlich ihren Positionen über das Wesen der Mathematik, ihre Entwicklung und ihre Lehre einen grenzüberschreitenden Einfluβ. Jean Dieudonne, einer ihrer Mitglieder, sagte: "Aber Thom und die Verteidiger des status quo weigern sich za akzeptieren, daβ das alta System von diesem Standpunkt aus sehr unvollkommen war. Die Algebra erschien als reine Manipulation von Symbolen, die keinen Bezug auf eine andere Sache nahmen. Die Leute meiner Generation werden sich daran erinnern, wie es möglich war, jahrelang eine "Gleichung zweiten Grades" zu diskutieren, während die Geometrie Schülern von 12 Jahren an gleich mit den gemischten Axiomen von Euklid gelehrt wurde (was notwendig war, da sie kein vollständiges System darstellen), mit Appellen an die Intuition, die als 'augenscheinliche Fakten' getarnt waren"[7]

Wie Jean Kuntzmann bemerkt, wurden diese Veränderungen hauptsächlich von Mathematikspezialisten mit wenig oder keinem Interesse pädagogischer Art vorangetrieben, die deshalb eine spezielle Sicht der Mathematik vertraten.

Die weltweite Bewcgung für die Einführung der neuen Mathematik in die Oberschulbildung wurde motiviert durch die Notwendigkeit, die Mathematik als eine Disziplin zu lehren, in der ihre verschiedenen Gebiete verbunden sind durch bestimmte vereinigende Konzepte und mit der Konsequenz, die die axiomatische Methode charakterisiert. Zum Beispiel sagen Howard Fehr, John Camp und Howard Kellog in ihrem Buch "La revolución en las matemáticas escolares":

"Diese neue Mathematik wird für eine Denkweise gehalten, die ihrerseits eine Art von Denken umfaβt, das anwendbar ist auf probabilistische und Inferenzsituationen. Sie verleihen dem Intellekt eine wichtige und wertvolle Entwicklung für alle Lernenden und nicht nur für die besten von ihnen. Schlieβlich kann man sie lernen, weil sie mit aktiven und dynamischen Methoden gelehrt werden muβ, die den Geist der Schüler dazu mobilisieren, sich eigene mathematische Konzepte und Strukturen zu erarbeiten, anstatt sie zu zwingen, diejenigen auswendig zu lernen und wiederzugeben, die andere vorher ausgearbeitet und geglättet haben."[8]

Nicht jeder war damit einverstanden. Morris Kline war einer der kritischsten Denker der Mathematikreform. Eines der schärfsten Urteile, die er gegeben hat, ist das folgende:

"Die neue Mathematik als Ganzes entspricht dem Standpunkt des oberflächlichen Mathematikers, der nur kleine deduktive Details sowie sterile und pedantische Unterscheidungen zu schätzcn weiβ, wie jene zwischen Nummer und Nummeral, und der bestrebt ist, das Triviale mit einer beeindrackenden und klingenden Terminologie und Symbolik hervorzuheben. Man bietet uns eine abstrakte und strenge Version der Mathematik, die ihr reiches und fruchtbares Wesen verdeckt und auf wenig inspirierende Allgemeinheiten Nachdruck lege, die isoliert sind von jeglichen anderen Wissenselementen. Sophistische Endvcrsionen einfacher Ideen werden betont, während die tiefgreifenderen Gedanken oberflächlich behandelt werden, was notwendigerweise zum Dogmatismas führt. Der Formalismus dieses Plans kann nur zu einer Verringerung der Vitalität der Mathematik und zu einer autoritären Lehre führen, zum mechanischen Lernen neuer Routinen. Insgesamt hebt sie die Form auf Kosten der Substanz hervor und präsentiert das Substantielle ohnc jegliche Pädagogik."[9]

Das Wesen des Gedankenganges von Kline ist richtig und stellt einen guten Ausgangspunkt dar um eine Bilanz dieser Reform zu ziehen. Ferner wird durch diese Kritik von Kline die Natur der Mathematik zur Diskussion gestellt. Die Übcrlegungen, die die zu betrachtende Mathematikreform rechtfertigten, wurden gestützt durch einen ideologischen Rahmen über das Wesen der Mathematik, auf den schon am Anfang dieser Arbeit hingewiesen wurde. Die Reform der 50er und 60er Jahre vollzog sich unter dem Einfluβ von Mathematikern und Spezialisten, die nicht nur nichts von Pädagogik verstanden, sondern Träger einer falschen Auffassung vom Wesen der Mathematik waren. Diese Auffassung ist noch nicht vom geistigen Horizont verschwunden, mehr noch, sie bleibt dominierend in breiten Teilen der weltweiten mathematischen Gemeinschaft.

Allerdings ist dieser ideologische Rahmen in einer Krise. Wie wir schon erwähnten, hat sich die reale Mathematik nach dem zweiten Weltkrieg in erster Linie durch die Erneuerung der technischen Produktion und die gegenüber der Wissenschaft entstandenen Erfordernisse auf einem Weg entwickelt, der eine konkrete und intuitive Haltung ihr gegenüber erfordert.[10] Die mathematische Lehre ist also selbst in den vergangenen Jahrzehnten zum Hauptfaktor der Kritik an der über die Mathematik dominierenden Ideologie geworden. Es gibt, wenn auch nur in gewissem Maβe, eine wichtige Kluft zwischen der Ideologie der Mathematik und der konkreten Mathematik. Aber es existiert noch ein zweites Element, das die Krise dieser mathematischen Ideologie vorantreibt. Das sind die Miβerfolge lo der Lehre der Mathematik des "modernen" Modelis, das sich auf die Axiomatik, die Strukturen und das Formale gründet. In diesen Sinne ist das Gebiet der mathematischen Lehre also em zentraler Raum für die Suche nach einem Bewuβtsein der Mathematik, das ibrer Natur besser entspricht.

Aber lassen wir die ideologische Diskussion und schauen wir uns die genaue Form an, in der diese Ideen sich institutionalisieren. Eine der Schluβfolgerungen des Internationalen Mathematikerkongresses 1958 in Edinburgh war es, die Notwendigkeit einer Neuformulierung der Methoden zu postulieren, die in den europäischen Schulen in der Lehre der Mathematik angewendet werden.

Die Organisation für Zusammenarbeit und wirtschaftliche Entwicklung (OECD) vereinte Repräsentanten aus 20 Ländern mit dem Ziel, das Schulprogramm der Mathematik in Frankrcich tiefgründig zu studieren. Die Einschätzung des Programms zeigte, daβ es völlig traditionell war. Das Gleiche konnte man von den anderen europäischen Ländern sagen. In der Konsequenz dieser Feststellungen wurde im November 1959 das Seminar von Royaumont durchgeführt, dessen Schlullfolgerungen als Grundlage für die Schaffung eines ganz modernen Programms der Schulmathematik dienten. In den Schluβfolgerungen dieses Seminars wurde die Notwendigkeit festgestellt, ein Programm zu erarbeiten, das die Inhalte der verschiedenen Zweige der Mathematik kombiniert und dieser Disziplin eine Einheit verleiht, indem man als grundlegende Konzepte die der Menge, der Relationen, Funktionen und Operationen, die grundlegenden Strukturen von Gruppe, Körper und Vektorraum nutzt. Es wurde auch die Notwendigkeit festgestellt, den modernen Symbolismus anzunehmen sowie der Anwendung von graphischen Darstellungen, der Eliminierung eines groβen Teils der traditionellen Algebra und der Veränderung der traditionellen Euklidischen Geometrie eine gröβere Bedeutung beizumessen. Von dieser Zeit an wurden verschiedene Konferenzen und Versammlungen an verschiedenen Orten durchgeführt, an denen bedeutende europäische und nordamerikanische Mathematiker teilnahmen. Sie diskutierten darüber, welche Art von Geometrie man lehren solle, welche Inhalte und Methoden vorzuschlagen sind, um die Forderungen des Seminars von Royaumont zu erfüllen. Auf diese Weise führten die verschiedenen europäischen Länder die Lehre der modernen Mathematik in ihre Grund- und Oberschulbildung ein, sei es als Ergebnis von Kongressen, Versammlungen, Konferenzen oder der gemeinsamen Zusammenarbeit, wie im Fall von Norwegen, Schweden, Dänemark und Finnland, oder auf Drängen einiger Personen, wie im Fall von Papy in Belgien.

In den USA war die erste Gruppe mit einem Interesse, die Mathematikprogramme der Oberschulen auf die Tagesordnung zu setzen, das Komitee für Schulmathematik der Universität Illiois (UICSM). Eine seiner Hauptanstrengungen galt der Präzisierung der Sprache. Später war es die Mathematikkommission der Jury für Aufnahmeprüfungen zur Universität, die einen Bericht veröffentlichte, in dem zum ersten Mal die Bedeutung der Anwendung vereinheitlichender Konzepte der Mathematik wie der Menge, Funktionen, Variablen, Strukturen usw. hervorgchoben wurde. Zwischen 1959 und 1962 veröffentlichte die Studiengruppe für Schulmathematik (SMSG) neue Lehrbücher und Lehrmaterial für Mittelschullehrer, das in Übereinstimmung mit der traditionellen Organisation steht, aber eine moderne Sprache und Symbolik verwendet.

In der zweiten Hälfte des Jahres 1963 wurde die Konferenz von Cambridge durchgeführt, die einen Bericht unter dem Titel "Goals for School Mathematics" veröffentlichte. Darin wurde vorgeschlagen, daβ die Schüler, die das Abitur abgeschlossen haben, die mathematische Ausbildung haben soliten, die einem dreijährigcn Universitätsstudium zu diesem Zeitpunkt gleichkam. Dieser Bericht regte Veränderungen und Reformen an, die ein gröβeres Ausmaβ hatten, als die von der SMSG initiierten. Dieser Bericht entsprach und unterstützte die in Europa stattfindenden Bewegungcn.

Wie man aus diesem kurzcn Überblick übcr diese Bemühungen erkennt, hatten die Länder an der Spitze der mathematischen Entwicklung in der Welt die tiefe Kluft entdeckt, die zwischen der Mathematik an den Grund- und Oberschulen und der aktuellen Entwicklung in der Mathematik existierte. Sie versuchten die Lehrpläne zu reformieren, sie den neuen Ideen der Mathematik anzupassen und das hauptsächlich bezüglich der Vereinigung der verschiedenen Gebiete dieser Disziplin durch bestimmte Konzepte, Bezeichnungen und vor allem die Sprache. Wie zu vermuten ist, wurden die Läsider der Peripherie von diesen Veränderungen beeinfiuβt und sie versuchten, sich ihnen anzupasscn. Auf diese Weise begann 1960 in Lateinamerika die Reformbewegung, als die Lehrbücher der SMSG den Mathematikern zur Kenntnis gebracht wurden. Aber der für die Bewegung wichtigste Schritt in diesen Jahren war die Durchführung der Ersten Interamerikanischen Konferenz über den Mathematikunterricht, die 1961 in Bogotá stattfand. An dieser Konferenz nahmen Delegierte aller amerikanischen Länder und einige europäische Mathematiker wie Choquet, Schwartz, Pauli und Bundgaard teil. Die Diskussionen und Gespräche wurden 1962 an der C.olumbia-Universität in eincm Bericht unter dcm Titel "Educación matemática en las

Américas" von H.F Fehr (Mitglied der SMSG) veröffentlicht, Die Hauptempfehlungen dieser Konferenz bezogen sich auf die Notwendigkeit, die Ausbildung der Mathematiklehrer Für die Mitteischuibildung zu verbessern, um die Möghichkeiten für erfoigreiche Veränderungen, die mit der Einführung der modernen Mathematik in die Lehrpläne bevorstanden, auch reahisieren zu können. Es wurde auch die Interamerikanische Kommission für Mathematikausbildung geschaffen[11] , deren Ziel es war, die auf der Konferenz diskutierten Ideen weiterzuführen und Initiativen zu fördern, das Niveau der Mittel- und Hochschulausbildung in der Mathematik zu erhöhen. Es wurde ferner zur Notwendigkeit erklärt, daβ die Delegierten die neuen Ideen zur Mathematik in ihren Ländern fördern und zu den Bildungsbehörden mit dem Ziel Kontakt halten, die Maβnahmen zu realisieren, die den Empfehlungen der Konferenz entsprachen.
Kurz danach wurde die Zweite lnteramerikanische Konferenz für Mathematikunterricht einberufen. Sie fand im Dezember 1966 in Lima (Peru) statt. Am ihr nahmen Delegationen aus vielen lateinamerikanischen Ländern, den USA und Kanada teil sowie auch einige europäische Mathematiker, unter denen sich George Papy (Belgien) und André Revus (Frankreich) befanden. Die grundlegenden Ziele dieser Zweiten Konferenz waren:

1. Die dargestelite Problematik im Fortschritt der Mathematikausbildung unter besonderer Berücksichtigung von Lateinamerika, zu untersuchen.

2. Die Programme, die in der Oberschule und in den Grundkursen der Universitäten eingeführt werden sollten, zu analysieren.

3. Die Untersuchung der Probleme der Ausbildung hinsichtlich der Anzahl und der Qualität der Mathematiklehrer für Oberschulcn und Universitäten.

Die einzelnen Delegationen gaben ihren Bericht über die seit der ersten Konferenz geleiteten Arbeiten und legten bestehende Problem dar. Die kostarikanische Delegation informierte z.B.: "Im Jahre 1964 wurde eine Reform der Oberschulbildung eingeleitet. In diese war natürlich auch der Mathematikunterricht einbezogen. So war es möglich, daß gleichzeitig mit der gesamten Oberschulbildung auch der Mathematikunterricht in Inhalr und Form reformiert wurde, wobei die Veränderungen inspiriert wurden von Bildungsbewegungen, die in dem gleichen Sinne in anderen Ländern wirksam waren."[12]
Aus der Durchführung dieser zweiten Konferenz kann man schlußfolgern, daβ die an der Einführung des modernen Mathematikunterrichts in den USA beteiligten Wissenschaftler auch daran sehr interessiert waren, daβ in den lateinamerikanischen Ländern sich der gleiche Prozess vollzog. Weil sie die zu verfolgenden Richtlinien nicht in der ersten Konferenz geben wollten, beriefen sie sehr schnell eine zweite mit dem Ziel ein, um sich zu vergewissern, wie die Dinge laufen, und wie die in vielen Ländern Lateinamerikas aktiven Bewegungen zur Einführung der Reform wirksam geworden sind.
Unter den Empfehlungen dieser Konferenz befand sich ein "ideales" Programm der Mathematik, das in zwei Etappen gegliedert war, eine für den Unterricht von Schüler zwischen 12 und 15 Jahren und die andere für Schüler zwischen 15 und 18 Jahren. Andere Empfehlungen waren darauf gerichtet, daß die Universitäten der einzelnen Länder Anstrengungen unternehmen sollten, um Dozenten auszubilden und die schon tätigen Dozenten weiterzubilden. Es wurde auch empfohlen, Texte und andere Materialien zu

erarbeiten, die entsprechend den neuen Themen und neuen Prinzipien der Methodologie für den Mathematikunterricht genutzt werden könnten.

Wenn wir diese Bewegung allgemein untersuchen, folgte die Einführung dieser Reformen einem in den Ländern der Peripherie sehr verbreiteten Muster. Die Tendenzen der entwickelten Welt beeinflussen unsere wissenschaftlich-technische Entwicklung. Der Einfluß wird nicht über reine Ideen vollzogen, sondem durch perfekt identifizierbare Personen und Organisationen. In diesem Fall hat das lnteramerikanische Komitee für Mathematikunterricht die Übertragung dieser Tendenz übernommen. Der größte Teil der Mathematiker unterstützte diese Aufgabe, und die Universitäten und Bildungsbehörden trugen zu ihrer Durehsetzung bei. Das Tempo ist in jedem Land Lateinamerikas unterschiedlich, aber das Muster hat sich wiederholt. Die Mehrheit der Kräfte, die sich heute der mathematischen Lehre verschrieben hat, wurde durch diesen Prozeß beeinflußt. Dieses ist das Umfeld der Mathematik und ihrer Lehre in Lateinamerika bis in unsere Tage. Angesichts dieser Situation soll hier eine alternative Entwicklungsstrategie dargelegt werden.

IV.

Die Strategie für mathematische Vermittlung und Lehre sowie der Geschichte der Mathematik kann nicht von ‘objektiven’, ‘neutralen’, absoluten oder wahrhaften Prämissen ausgehen, die experimentell nachweisbar wären. Trotz ah jener theoretischen Elemente, die wir in großem Umfang als richtig betrachten können, ist der Schnittpunkt ihrer Interpretation die Ideologie. Eine Diskussion über den Mathematikunterricht oder die Geschichte der Mathematik kann vor allem das methodologische Feld nicht außer acht lassen, schon gar nicht, wenn man über ein einfaches “anekdotisches” Herangehen hinauszugehen beabsichtigt.

Die Geschichte der Mathematik hat, wie bereits ausgeführt wurde, einen großen Sinn für die Bildung, die aber ihrerseits in außerordentlicher Bezichung zu den Auffassungen über die Natur der Mathematik steht. Das unterstreicht die Bedeutung der Philosophie für die Mathematik. Die Auffassungen und methodologischen Kriterien zum Wesen der Entwicklung der Mathematik haben die Praxis und die Lehre bestimmt und bestimmen sie noch. Allerdings glaube ich, daß

manchmal viele Diskussionen über philosophische Fragen der Mathematik ein steriles, hohles und zu jeglicher Fruchtbarmachung unfähiges “output” hatten. Und ich behaupte außerdem, daß es nicht angebracht ist, sich auf dieses Gebiet zu konzentrieren. Andererseits mene ich aber auch, daß eine philosophische Aufklärung wesenthich ist. Ich glaube nicht an die Haltung einiger Wissenschaftshistoriker, die die Fahne des Studiums der “konkreten” Fakten hochhalten und die Philosophie verfemen. Ich unterstreiche radikal die Bedeutung der Philosophie für die Mathematik, für eine Strategie der Mathematik, sowohl für den Mathematikunterricht als auch für die Lehre der Mathematikgeschichte. Es handelt sich jedoch um eine Dimension, die harmonisch in einen komplexen Prozeß von theoretischen und praktischen Aktionen und Entwicklungen integriert ist.

V.

Bei diesen methodologischen Fragen erinnere ich daran, daß eine Strategie für die Mathematik, den Mathematikunterricht sowie die Lehre und Vermittlung der Mathematikgeschichte als Ausgangspunkt die Aufklärung über bestimmte Grundkenntnisse der Mathematik nehmen muß. Das heißt, daß sie sowohl in ihrer Konzeption als auch in den abgesteckten Zielen eine festgelegte Rolle zu spielen haben. Was im folgenden skizziert wird, sind die theoretischen Prämissen über das Wesen der Mathematik, die ich für die bestimmenden philosophischen Ausgangspunkte halte.
Vielleicht wäre es angebracht, mit einer grundlegenden entscheidenden erkenntnistheoretischen Position zu beginnen. Ich meine, daß die Mathematik nur in Einklang mit einer Erkenntnistheorie zu bringen ist, die von einer sich gegenseitig bedingenden Beziehung zwischen erkenntnistheoretischem Subjekt und Objekt ausgeht. Das ist eine Erkenntnistheorie, die die aktive und nicht passive oder rezeptive Rolle sowohl des erkenntnistheoretischen Objekts als auch Subjekts postuliert. Aber es handelt sich um eine Methodohogie, die nicht negiert, daß in bestimmten Fällen einer dieser Faktoren der bestimmendere sein kann. Wo und wie das zutrifft, ist dem konkreten Fallstudium unterworfen und kann nicht a priori per Dekret festgelegt werden. Dabei spielt auch die Art der mathematischen Konzepte eine wichtige Rolle. Natürlich ist es aus dieser Sicht heraus klar, daß keiner der erkenntnistheoretischen Faktoren privilegiert wird, wie es der klassische Empirismus (das Objekt), der Rationalismus (das Subjekt) und sogar Piaget selbst (das Subjekt) tun, wenn auch aus einer Sicht, die sich auf (nicht bewiesene) biologische Prämissen gründet.
Es gibt ein anderes Element erkenntnistheoretischer Art. Man kann bei der Analyse nicht auf die erkenntnistheoretischen Komponenten des Sozialen als autonomen, bedingenden und aktiven Faktor verzichten. Obwohl dieser als Teil des erkenntnistheoretischen Objekts im klassischen Sinne angeschen werden kann, hilft seine unabhängige Betrachtung, die Transzendenz dieses Faktors im erkenntnisthroretischen Aufbau zu verstehen. Ich betone also die integrierte, bedingende und gegenseitige Bezichung aller dieser Faktoren gleichzeitig, wobei man wieder nicht die genaue Rolle eines jeden in jedem Falle a priori bestimmen kann. Das heißt z.B., daß die Unterschiede in der sozialen Einwirkung Unterschiede in der psychogenetisehen Entwicklung der Individuen erzeugen können. Damit behaupte ich, daß unterschiedliche kulturelle Kontexte z.B. erkenntnistheoretische Unterschiede zu bestimmen vermögen. Unterschiedliche psychosoziale Stimulierung bei den Kindern können unterschiedliche Ergebnisse bringen. Ich will damit nicht sagen, daß die sozialen Bedingungen alles andere bestimmen, insbesondere die biologischen Bedingungen. Im Gegenteil, ich bin gegen diesen sozialen Determinismus, der manchmal ökonomischer Natur ist und sich in vielen Schulen historischer Interpretation durchgesetzt hat. Aber ich glaube, daß es Unterschiede auf diesem Gebiet gibt und daß es, wie ich schon sagte, notwendig ist, sich dem adäquater anzunähern und das Konkrete und Besondere zu vereinen.

In diesem Sinne entferne ich mich von den ontologischen Positionen, die die Psychogenese in strenge und lineare universelle Etappen fassen. Ich teile die Vorstellung, daß es möglich ist, Elemente, Aktionen oder Operationen zu unterscheiden, die in der Lage sind, geistige Strukturen in der psychogenetischen Entwicklung zu bestimmen. Diese Suche nach universellen Beschreibungskategorien und -konzepten ist im Prinzip positiv gewesen. Aber sie war auch unzureichend. Es ist eine flexible Betrachtungsweise notwendig und ein Verstädnis dafür, trotz der Unterscheidung von Entwicklungsetappen, bestimmte Elemente, Wechselwirkungen oder Schnittpunkte der einzelnen Faktoren in den verschiedenen Etappen bei der Analyse nicht auszuschließen und auch die Begrenzungen eines jeden Momentes nicht starr determiniert zu sehen. Eine interessante Quelle für die erkenntnistheoretische Widerspiegelung dieser Sachverbalte findet man in den von Doman in den USA vor vielen Jahren durchgeführten Experimente.

Andererseits glaube ich, daß es im Unterschied zu dem, was man gewöhnlich auf den neueren Gebieten im Mathematikunterricht sagt, nicht möglich ist, auf der isolierten Ebene der Erkenntnistheorie zu bleiben, ohne sich auf Betrachtungen erkenntnistheoretischer Natur zu beziehen. Das bat seit langer Zeit Gegner verschiedener Art gefunden. Im klassischen Empirismus findet man diese Art von Trennungen schon. In den letzten Jahren ist, um ein anderes Beispiel zu nennen, eine andere Tendenz im Mathematikunterricht aufgetaucht. Es handelt sich um den durch die Ideen von Piaget beeinflußten Konstruktivismus. Dieser ist dem klassischen Formalismus und dem mechanischen Materialismus direkt entgegengesetzt, denn er postuliert eine Erkenntnistheorie, die sich auf die Rolle des Subjekts in der Konstruktion stützt. Dabei bleibt der Einfluß von Kant gegenwärtig, obwohl er wohl auch von anderen Konzepten stark beeirifloßt wird. Aber in dem Moment, wo er einige der Schwächen Piagets übernimmt (die methodologische Hervorhebung des Subjekts a priori), vertritt er auch die Haltung, die ontologische Betrachtungen vermeidet Das ist meiner Ansicht nach nicht nur nicht angebracht, sondern er erscheint mir praktisch unmöglich. Zwischen Erkenntnistheorie und Ontologie besteht eine Dialektik, die man methodologisch nicht leugnen kann.

Um keinen Zweifel daran zu lassen: Ontologisch behaupte ich, daß die Mathematik nicht a priori im eigentlichen Sinn klassisch ist. Ich meine, sie bezieht sich genauso auf die Welt wie die anderen Naturwissenschaften. Ich behaupte, daß die Mathematik eine Naturwissenschaft ist (wenn auch keine klassisch experimentelle), obwohl sie sich von diesen zweifellos unterscheidet. In diesem Sinne kann man die realen Bezüge bestimmen, an die ihre Begriffe und Konzepte gebunden sind. Wenn die Mathematik rein empirisch ist (wenngleich keine pure Verallgemeinerung der Erfahrung im Sinne von Mill), kann man nicht auf die Erfahrung als letztes Kriterium ihrer Wahrbeit verzichten, was nicht das Gleiche ist, wie ihre Nützlichkeit zu postulieren. Eine mathematische Theorie kann sehr nützlich sein in einem Erkenntnisprozeß, aber das schließt nicht ein, daß sie im klassischen Sinne der Whrheit wahr ist. Daß man sich auf die Erfahrung beziehen kann, verkennt auch nicht die Tatsache, daß wichtige nicht empirische Falsifikatoren existieren (im Sinne von Popper und mehr noch von Lakatos).

Es gibt eine gleichzeitig erkenntnistheoretische und ontologische Betrachtung: Ich postuliere die Existenz von Beziehungen der Mathematik innerhalb eines erkenntnistheoretischen Rahmens, der berücksichtigt, daß die kognitiven Objekte aller Wissenschaften nicht als solche am Rand einer Relation zum Subjekt existieren. Das heißt, es existieren keine vom Subjekt unabhängigen Objekte. Wenn sie eine Erkenntnisbeziehung mit dem Subjekt treten, sind die Grenzen und die Bedingungen (materielle, psychologische usw.) des Subjekts entscheidend. Sie greifen ein, um das Wesen des Erkenntnisobjekts genau zu bestimmen. Zusammentssend gesagt, das Objekt wird subjektiviert (und umgekehrt). Dabei behaupte ich, daß die materiellen Bedingungen die entscheidenden bei der Subjektivierung des Objekts sind. Wenn man z.B. den Begriff der Kontinuität studiert ist klar, daß wir nicht sagen können, daß dieser in der Realität als

solcher existiert. Anders gesagt: Der Begriff der Kontinuität ist eine Abstraktion (eine Konstruktion) einer Realität, die dem Subjekt als Kontinuität erscheint, obwohl diese in der Realität oder in dem unabhängigen Objekt bzw. für das unabhängige Objekt nicht so existiert. Die Erkenntniskonstruktion ist also eine Beziehung zwiscben einem von dem äußeren Objekt gesetzten Teil und einem anderen, vom Subjekt gesetzten. Das kann man. wenn man will, bis zu Kant zurückverfolgen. Die Erkenntnis geht also von der Wahrnehmung aus, die auf diese Weise als konkretisierte Verschmelzung von Objekt und Subjekt betrachtet wird. Die Struktur dieser Erziehung (der Wahrnehmung) ist auf jedem Gebiet der Erkenntnis unterschiedlich. Ihre Beschreibung ist das wesentliche Verständnis der Erkenntnisprozesse im allgemeinen. Hier liegt das Problem, das auf dem Weg der konkreten Analyse der konkreten Situation gelöst werden maß. In keinem Teil der Erkenntnis kann man von der Anwesenheit von Subjektivismus oder subjektiver Konstruktion sprechen. (Aber diese liegt gleichzeitig nicht am Rand des realen äußeren Objekts). In der Mathematik erscheint diese Beziehung dank der Natur der spezifischen Vermittlung anders, die das Subjekt mit ihr hat. Die konkrete Forschung sollte uns über den genauen Charakter dieser Beziehung und ihre Erkenntnisstruktur aufklären.
Um eine breitere Vorstellung von meiner Sicht auf die Mathematik zu vermitteln, behaupte ich, daß es verschiedene Arten von Mathematik und nicht nur eine einzige gibt (diese letztere Auffassung basiert auf philosophischen Prämissen, die ich für falsch halte). Obwohl man vermuten kann, daß diese Position der Konzeptualisierung von Einheit oder Verschiedenheit entspricht, glaube ich, daß das zweite kohärenter erscheint aus einer Sicht, die das Konkrete betont und auf ein größeres Maß von Nominalismus orientiert.
Ein Thema anderer Art soll kurz diskutiert werden. Ich behaupte, daß die Trennung in reine und angewandte Mathematik nicht angebracht ist und daß man die Mathematik auffassen muß als Wissenschaft mit mehr oder weniger empirischen Aspekten, die präsent sind in einer Gesamtheit, die allgemein auf ihrem Kontakt mit der realen (empirischen und sozialen) Welt beruht. Weiterhin behaupte ich, daß eine enge Beziehung zwischen dieser Art von Dimensionen nötig ist, was vielfach nicht gegeben war wegen der professionellen Deformierung, die durch die im Mathematikverständnis dominierenden Paradigmen hervorgerufen wurde.
Die oben beschriebene philosophische Vision drückt verschiedene Elemente aus:

(a) Eine Beziehung zwischen der Mathematik und der materiellen und sozialen Welt.

Es wird nichts im Sinne des Empirismus Mills in das Verständnis der mathematischen Begriffe aufgenommen. Es geht darum, eine gegenseitig bedingende Beziehung zwischen erkenntnistheoretischem Objekt und Subjekt zu begreifen, d.h. eine Interaktion wechselseitiger und sich verändernder Einflüsse.

b) Eine Beziehung zwischen der Mathematik und den anderen Wissenschaften.

Es ist die enge Verbindung von vielen Teilen der wissenschaftlichen Erkenntnis in der theoretischen und historischen Entwicklung zu erssen, wobei die Mathematik durch ihre Spezifik eine sehr wichtige Rolle gespielt hat.

(c) Eine Beziehung zwischen Mathematik und Menschheitsgeschichte.

Die mit den verschiedenen Schichten der menschlichen Geschichte existierenden Verbindungen, insbesondere zwischen Mathematik und Kultur, sind verständlich zu machen. Eine adäquate Haltung auf diesem Gebiet würde es gestatten, die Mathematik auf eine breitere und bereichernde Weise zu verstehen, indem man in sie die kulturellen Resultate aufnimmt, die vielfach wegen ihrer Form abgelehnt oder unterschätzt wurden.

(d) Eine Beziehung zwischen Mathematik und Abstraktion.

Es geht darum, die besondere Rolle zu verstehen, die die abstrakten Dimensionen in der Entwicklung der Mathematik spielen und wie besonders diese nicht einer platonischen Natur ihrer Entitäten entsprechen.

VI.

Ausgehend von diesen philosophischen Überlegungen kann man versuchen, eine praktische Perspektive der Mathematik zu entwerfen, die für die Entwicklung einer akademischen Strategie in Lateinamerika nützlich sein kann. Der Vorschlag von Orientierungen auf diesem Gebiet ist eine Form, die eigentlichen Bedingungen ihrer Entwicklung und Geschichte zu kennzeichnen. Dabei machen wir die Behauptung, notwendigerweise die Realität und die Geschichte in einer praktischen Perspektive zu verstehen, zu unserer methodologischen Prämisse. In diesem Sinne ist es unserer Meinung nach interessant, folgende Gliederung zu machen. Es gibt drei wichtige Ebenen für die Definition einer mathematischen Perspektive in Lateinamerika[13]:
Erstens ist es offensichtlich, daß es außerordentlich wichtig ist, die Betonung auf die Anwendung der Mathematik in der Realität zu legen, das heißt auf ihre enge Beziehung zur Welt der anderen Wissenschaften, ihre enge Beziehung zur Welt der Ökonomie und der produktiven Infrastruktur. Das heißt natürlich nicht, daß jede mathematische Arbeit in einer mechanischen und stumpfsinnigen Form der angewandten Mathematik gewidmet werden müßte. Ganz im Gegenteil müssen sehr wichtige Arbeiten der Mathematik, die fälschlicherweise "rein" genannt werden, erhalten bleiben. Aber die Hauptrichtung muß sich, besonders in unseren Entwicklungsländern, auf die Anwendung orientieren. Es handelt sich um eine dialektische Beziehung zwischen einer abstrakteren Konstruktion und einer mehr angewandten. Die Anwendung muß sich teilweise auf eine enge Beziehung zur Ingenieurwissenschaft, zur Ökonomie, zu den medizinischen Wissenschaften und den wissenschaftlichen Disziplinen im allgemeinen orientieren. Das Problem der Anwendung ist in der Realität das Problem der Konstruktion von Modellen und der ganzen Dialektik der Gegensätzlichkeiten und Neuformulierung der Modelle ausgehend vom Kontakt mit der Realität und der Welt, in der man arbeitet.
Aus einer anderen Sicht heraus, spielt die reine Mathematik eine entscheidende Rolle nur innerhalb einer authentischen Entwicklungsstrategie für die Mathematik. Wenn alle mathematischen Ressourcen auf die unmittelbare Anwendung konzentriert werden würden, könnte eine Antwort auf viele unmittelbare wissenschaftlich-technische Probleme und solche der nationalen Produktion gegeben werden. Aber man würde damit die langfristigen Möglichkeiten beschneiden. Die angemessenen aufbereitete, abstraktere und freiere angewandte Mathematik ist lebenswichtig in einer langfristigen Strategie. Sie ohne weiteres zu übergehen, würde uns in eine historische Sackgasse führen, würde weitere Dimensionen der Abhängigkeit und Rückständigkeit verursachen. Deshalb haben wir von einer Dialektik

mit konkreter Betonung gesprochen. Natürlich kann diese Strategie in jedem Land nur auf der Grundlage der konkreten Analyse genau angewendet werden. Nicht alle Länder verfügen über die gleichen Mittel und Möglichkeiten.
Notwendig ist es natürlich, die Bedeutung der Entschcidung über die wichtigsten Arbeitsgebiete in den abstrakteren Zweigen der Mathematik zu kennzeichnen. Es besteht eine andere Dialektik zwischen den Erfordernissen der Diversiflzierung und Konzentration, wobei unter unseren Bedingungen der letztere Begriff betont muß. Das kann nicht auf dem Weg der Durchsetzung, sondern auf dem des Konsenses auf der Grundlage der prospektiven Analyse erfolgen.
Zweitens ist es unumgänglich, eine Stärkung der mathcmatischen Fähigkeiten der Bevölkerung und besonders der mit der Wissenschaft und Technik verbundenen Fachleute zu erreichen. Das schließt also eine qualitative Verbesserung des Mathematikunterrichts von den untersten bis zu den höchsten Ebenen ein. Das kann nur durch die Suche nach einer Bildungsauffassung geschehen, die den kulturellen und psychologischen Voraussetzungen der Bevölkerung heuristischen Methode, dem Intuitiven, Empirischen, Zufälligen, Unvollendeten, Fehlbaren und dem Realen der Mathematik ausgeht. Dieser Unterricht muß in Verbindung mit dem in den anderen Wissenschaften stehen und von diesem ausgehen.
Drittens ist für diese Länder die Verbindung der Arbeit auf dem Gebiet der Mathematik mit der Statistik, den Phänomenen der Wahrscheinhchkeiten und der Computertechnik wichtig. Im allgemeinen geht es um Gebiete, die man der diskreten Mathematik zuordnet. Wir behaupten insbesondere, daß man auf diesem letzten Gebiet einen außerordentlichen Reichtum finden kann, um zu einem praxisbezogeneren, realeren, wettoffeneren Verständnis der Mathematik beizutragen und dadurch Mittel und Entwicklungen auf dem Gebict fördert, das in dieser Etappe unseres Jahrhunderts sehr wichtig ist. Die diskrete Mathematik hat sich in diesem Abschnitt des Jahrhunderts zu einem der wichtigsten Gebiete der wissenschaftlich-technischen Entwicklung gewandelt. Besonders die Computertechnik mit ihrer Beziehung zu allen lnformationssystemen spielt eine Schiüsselrolle in unserer Gesellschaft und sie wird sie auch zukünftig spielen. Die bewußte Verbindung der Arbeit auf dem Gebiet der Mathematik mit den Erfordernissen und dem Tempo der Entwicklung auf dem Gebiet der Computertechnik wird zu einer Priorität, die alle Fachleute, die auf diesem Gebiet arbeiten, ausschöpfen müssen. Aufgrund ihres Ursprungs und wegen ihrer Beziehung zu den numerischen und logischen Algorithmen ist die Computertechnik eng mit der Mathematik verbunden. Tatsächlich sind die Computertechnik und die Informatik in den meisten Fällen Teile von mathematischen Bereichen gewesen.
Es ist offensichtlich, daß diese drei eng miteinander verbundenen Orientierungen eine wichtige Veränderung der aktuellen Situation der Mathematikentwicklung in Lateinamerika bedeuten.
Die Betonung der Anwendung schließt mindestens zwei Aspekte in die Betrachtung ein. Das ist einmal die Betonung der Forschungsarbeiten der Mathcmatiker. Das war bisher nicht der Fall gewesen, da sich der größte Teil der Mathematiker in unseren Ländern nicht der Forschung sondem hauptsächlich der Lehrtätigkeit gewidmet hat. Zum anderen bedeutet die Betonung des Aspektes der Anwendung die Verändcrung der Studienprogramme, der Inhalte und der Dynamik des Mathematikstudiums an den Universitäten. Denn bei dieser Orientierung muß das Studium mit Fähigkeiten der

Ingenieurtechnik, der Ökonomie und anderer Beziehungen von Wissenschaft und Technik verbunden sein.
Die Betonung der diskreten Mathematik würde einen substantiellen Wandel im Inhalt und in der Orientierung des Mathematikstudiums bringen: Vertiefung der Differentialgleichungen, der Wahrscheinlichkcitstheorie, der numerischen Analyse, der Mittel und Theorie der Computertechnik, der Statistik usw.. Gleichzeitig sind die Gebiete der Statistik, der Wahrscheinlichkeitsthcorie und der Computertechnik solche, die auch ein höheres Niveau der angewandten Forschung in der Mathematik bewirken.
Die Reform der Mathematikausblidung, ausgehend von der dargelegten philosophischen Sicht, würde auch einen substantiellen Wandel aller Lehrpläne des Mathematikunterrichts von der Grund- bis zur Oberschule bedeuten. Das hätte solche offenkundigen Dinge zur Folge, wie die Abschaffung der Mengenlehre in der Grund- und Oberschule sowie aller algebraischen Strukturen, wie sie auf diesen Ebenen gelehrt werden, und jeglichen formalistischen Ballast, der absolut nicht dem Bildungs- und Entwicklungsniveau der Jugendlichen entspricht. Das hieβe folglich, die Geometrie zu betonen (aber keine deduktivistische und formalistisehe Geometrie) die mit der Realität, mit der Praxis und ihren physischen Materialien verbunden ist (beispielsweise geknüpft an die Geodäsie, Kartographie usw.). Es würde sich hier also um eine radikale Reform des Mathematikunterrichts handeln.
Kommen wir jetzt zu einer Strategie für die Geschichte der Mathematik (und ihrer Lehre), die sich auf die vorangegangenen Gedanken stützt. Einige Konsequenzen sind unvermeidlich:

(a)Wichtig ist die Stärkung der interdisziplinären Arbeit, nicht nur innerhalb der Gemeinschaft der Naturwissenschaftler, sondern auch der Gesellschaftswissenschaftler (Soziologen,Anthropologen, Historiker).

(b)Die Auswahl der Arbeitsthemen sollte von den dargelegten Kernproblemen und -themen im Mathematikunterricht oder in der eigentlichen mathematischen Praxis ausgehen (letzteres zwingt zweifellos zu einer Handhabung der neueren Mathematikentwicklung). Allgemein gesagt: die Grundiage für die Auswahl in der Gegenwart ist, auβer der "Be1euchtung" der Vergangenheit auch der Versuch, von dieser in unserer Zeit "beleuchtet"zu werden.

(c)Die sogenannte "moderne" Schulmathematik, die in Lateinamerika ein Ergebnis der Reformen der 60er Jahre ist, entspricht nicht der materiellen und sozialen Wirklichkeit und verdeutlicht auf unterschiedliche Weise eine Krise. Eine neue Reform scheint schon in Sicht zu sein. Die Mathematikgeschichte kann eine auβerordentlich positive Rolle in dieser Richtung spielen, sowohl als Motor als auch als Kraft, die die neuen Resultate und Orientierungen strukturiert. Der Unterricht in der Geschichte der Mathematik und der Wissenschaften im allgemeinen muβ eine wichtige Rolle spielen bei der Ausarbeitung der neuen wissenschaftlich-technischen Konzepte sowie der Bildungsprogramme und -strategien, die Lateinamerika für seinen Fortschritt braucht.

(d)Es ist unmöglich, einen wichtigen Platz und eine wirkungsvolle Position bei der Befruchtung der wissenschaftlich-technischen Entwicklung unserer Länder einzunehmen, wenn nicht organisierte Körperschaften bestehen, die durch ihre authentisehe Existenz

Druck ausüben. In diesem Sinne glaube ich, daβ die mit der Geschichte, der Lehre und der Entwicklung der Mathematik beschäftigten Fachleute Gruppen bilden müssen mit Plänen für ein praktisches Handeln und einen Druck auf die lokalen und regionalen Bildungseinrichtungen.

In dieser Arbeit haben wir unsere Aufmerksamkeit dem Mathematikunterricht, der Mathematikgeschichte als Disziplin und der Mathematik an sich gewidmet.[14] Die Verbindung aller dieser Elemente finden wir in dem tiefen Verständnis der Natur der Mathematik. Eine phiosophische Sicht auf diese Entwicklung und Auseinandersetzung mit ihr öffnet den Weg für einen 'neuen' Abschnitt in der Geschichte. Wir haben auβerdem eine neue Philosophie der Mathematik, eine andere Entwicklung der Mathematik und eine praktische Strategie vorgeschlagen, die es erlaubt, den neuen Ideen materielle und soziale Gestalt zu geben.

Zusammenfassung

Die Analyse der Mathematikentwicklung während der jüngeren Geschichte in Lateinamerika zeigt die während der 60er Jahre im 20.Jahrhundert angestrebte und gegenwärtig wieder notwendige Neuorientierung der Auffassungen zur Mathematik, der mathematischen Lehre und der Historiegraphie der Mathematik. Ausgehend von erkenntnistheoretischen Überlegungen wird die Wissenschaftsgeschichte als wichtiger Faktor für die Ausarbeitung und Erklärung neuer wissenschaftlich-technischer Bildungsprogramme und -strategien charakterisiert und zur Anwendung gebracht. Bei entsprechender theoretischer Grundlegung sind die verschiedenen Gebiete der diskreten Mathematik für die lateinamerikanischen Länder von besonderer Bedeutung. Es wird eine mögliche Perspektive für die Gesamtentwicklung der Mathematik, der Mathematikausbildung und der Mathematikgeschichte in ihrer Einheit für Lateinamerika vorgestellt und begründet.

Anmerkungen

1 Vgl. Ruiz-Zúñiga, A.: Historia de la ciencia y la technologia y la realidad de America Latina, Elementos, N.6, Ano 2, Vol. 1, 1986, Puebla México

2 Vgl. Ruiz-Zúñiga, A.: Indagación reflexiva para una política científico - tecnológica del desarrollo, Desarrollo (de la Asociación Costarricense de Historia y Filosofía de la Ciencia), N.l, 1984, San José, Costa Rica

3 Einige der hier folgenden Gedanken wurden erstmalig auf dem III. Kongress für Wissenschafts- und Technikgeschichte Mittel-amerikas und der Karibik im Mai 1989 in San José, Costa Rica vorgestellt.

4 Vgl. Ruiz-Zúñiga, A.: Implicaciones teórico-filosóficas del Teorema de Gödel en el paradigma racionalista de la reflexión sobre las Matemáticas, Revista de Filosofía UCR, Vol.XXIII, N.58, 1985, San José, Costa Rica; ders.: Fundamentos para una nueva actitud en

la euseñanza moderna de las Matemáticas Elementales, Boletim, Sociedade Paranaense de Matemática, III (1), 1987, Curitiba, Brasil

5 Kuntzmann, J.: Adonde va la matemática? Problemas de la enseñanza y la investigación futuras. México, Ed. Siglo XXI, 1978,. 5. 60

6 Thom, R.: Son, las matemáticas modernas un error pedagógico y filosófico? La enseñanza de las matemáticas modernas, 5. 117-118

7 Diendouné, J.: Debemos enseñar las matemáticas modernas? La enseñanza de las matemáticas modernas. 5. 136

8 Fehr, Camp y Kellog: La revolución en las matemáticas escolares (segunda parte), Washington: OEA, 1971

9 Kline, M.: El fracaso de la matemática moderna

10 Ruiz-Zúñiga, A.: De si las matemáticas sirven para algo, o una discusión sobre las matemáticas aplicadas. Desarrollo (Asociación Costarricense de Historia y Filosofía de la Ciencia),N.5, 1987, San José, Costa Rica

11 Seit 1987 ist Angel Ruiz-Zúñiga Sekretár dieser Kommission.

12 Fehr, Camp und Kolleg, a.a.O.

13 Diese Gedanken wurden von mir bereits auf dem II. Lateinamerikanischen Kongress für die Geschichte von Wissenschaft und Technik im Juni 1988 in Sao Paulo, Brasilien vorgestellt.

14 Im Zusammenhang mit den hier dargelegten Vorstellungen wird noch auf folgende Arbeiten verwiesen: Arboleda, I.C.: La Historia y la Enseñanza de las matemáticas. OUIPU, 1 (1984), 2, 105-194; Arias, R.: La Matemática Moderna. Una Problemática: UCR. San José, Costa Rica, 1979; BelI, E. T.: Historia de las Matemáticas. Mexico, 1949; Brunschwicg, L.: Les Etapes de la Philosophie Matemátique, Paris, 1981; Castelnuovo, E.: Didáctica de la Matemática moderna. México 1973; Dábrosio, U.: History of Ibero-American Matematics. Historia Mathematica, 6 (1979) 4; Fallas, M.: Modernismo de la Matemática en Costa Rica, San José, Costa Rica, 1980; González, E: Educación Costarricense. EUNED, San José, Costa Rica 1984,; Jores, H. u. Rodriguez A.: Histórica Crítica de los Distintos Programas de Enseñanza Secundaria que ha Habido en Matemáticas en el Siglo XX. UCR. San José, Costa Rica, 1982; Piaget, L: La Enseñanza de las Matemáticas modernas. Madrid 1980; Ruiz-Zúñiga, A.: Implicaciones téorico-filosóficas del Teorema de Gödel en el paradigma racionalista sobre las Matemáticas. Revista de Filosofía de la Universidad de Costa Rica. XXIII, N. 58. 1985. San José. Costa Rica; ders.: El factor paradojas y el factor Gödel en los Fundamentos de las Matemáticas. Revista de Ciencia y Tecnología de la UCR. IX (1-2). 1985. San José. Costa Rica; ders.: Algunas implicaciones de la filosofía y la historia de la matemática en la enseñanza. Revista de Educación, UCR, Vol. 2, N. 1, 1987, San José, Costa Rica; ders.: Epistomological

Constituents of Mathematics Construction. Implications in its teaching, Proceedings of the XI International Conference on the Psychology of Mathematics Education, 1987, Montreal, Canada; Stanic, G.: The growing crisis in Mathematics Education in the early twentieth century. Mathematical Education. Vol. 17, N. 3, 1986, 190-205.

Verfasser: Angel Ruiz-Zuñiga
Escuela de Matemática
Universidad de Costa Rica
Código Postal 2060
San José
Costa Rica